PENSAMIENTOS 1,1

sobre la

VERDADERA ESTIMACION DE LAS FUERZAS VIVAS
y
CRITICA DE LAS DEMOSTRACIONES

de las que
LEIBNIZ Y OTROS MECANICOS
se han servido
en este litigio,
junto con algunas consideraciones previas
que conciernen a

LAS FUERZAS DE LOS CUERPOS EN GENERAL,

por

IMMANUEL KANT.

Al 3,1

muy noble, doctor y experto Señor

JOHANN CHRISTOPH BOHLIUS,

Doctor en medicina y segundo profesor ordinario de la
Academia de Königsberg,
así como
Médico real,
especialmente, mi muy honorable protector.

MUY NOBLE SEÑOR, 5,1
MUY DOCTO Y EXPERTO DOCTOR,
EN ESPECIAL, MUY HONORABLE PROTECTOR

¿A quién mejor que a vos puedo dirigirme, para sacar todo el provecho po- 4
sible de algo tan mediocre como el presente escrito? Tras las pruebas de be- 6
nevolencia que me habeis ofrecido, me atrevo a esperar que también esta li-
bertad será recibida por vos como una prueba de mi agradecimiento. La ín- 9
dole de este opúsculo no tiene nada en sí que me permita confiar en ello,
porque el honor de adornarlo con *vuestro* nombre, es algo con lo que mal se
podría haceros un regalo. Todo lo que tengo en mi poder para ofreceros es 13
un cúmulo de pensamientos imperfectos, que tal vez son en sí mismos in-
correctos, o pierden valor por la insignificancia de su autor; y que, por úl-
timo, me hacen estar seguro de que no son dignos de ser dedicados a *vos.* A
pesar de ello, abrigo la esperanza, gracias al acabado concepto que me he 18
formado de *vuestra* benevolencia, de que me rendirán el servicio, que apre-
cio en grado sumo, de daros a conocer mi gratitud por *la misma.* En el fu- 23
turo tendré más oportunidades de recordar el compromiso con que estoy
obligado a vos; pero la presente siempre será una de las mejores para reco-
nocer públicamente mi perpetua consideración.

Muy noble Señor, 6,5
Muy docto y experto Doctor,
Especialmente, muy honorable protector,

vuestro más obligado servidor

Königsberg,
22 de Abril de 1747 IMMANUEL KANT

PROLOGO 7,1

Nihil magis praestandum est, quam ne pecorum 2
ritu sequamur antecedentium gregem, pergentes,
non qua eundum est, sed qua itur.
Seneca, *de vita beata. Cap. I.*

I

Creo tener motivo para obtener del juicio del público al cual ofrezco estas 6
páginas, una opinión tan favorable, que no será interpretada como un cri-
men la libertad que me permito de contradecir a algunos grandes hombres.
Hubo un tiempo en que había mucho que temer en semejante empresa; 9
pero me figuro que ese tiempo ha pasado ya, y que el entendimiento hu-
mano se ha librado por fortuna de las trabas que antaño le imponían la
ignorancia y la admiración servil. En adelante se puede uno atrever audaz- 14
mente a desatender el prestigio de *Newton* y *Leibniz,* si tuviera que opo-
nerse al descubrimiento de la verdad, y a no obedecer otras sugestiones que
el impulso del entendimiento.

II

Si yo rechazo las ideas de un *Leibniz, Wolff, Hermann, Bernoulli, Bilfinger* 19
y otros, y doy preferencia a las mías, no quisiera tener jueces más severos
que ellos mismos, pues sé que su juicio, aun cuando rechazase mis opinio-
nes, no condenaría el propósito de las mismas. No se puede hacer mejor 24
alabanza de estos hombres que decir que se podía criticar libremente en su
presencia todas las opiniones, sin exceptuar las suyas. Fue muy digna de 26
alabanza una moderación de este tipo, aunque en una ocasión diferente, en
un hombre de la Antigüedad. Una vez llevaron a *Timoleón* ante los tribuna- 8,2
les, sin considerar los méritos que había contraido con respecto a la libertad
de Siracusa. Los jueces se indignaron por la temeridad de sus acusadores. 4
No obstante, Timoleón consideró el caso de un modo muy distinto. Una ini- 5, 6
ciativa así no podía desagradar a un hombre que ponía toda su complacen-
cia en ver a su patria en la más perfecta libertad. Protegió a los que se ser- 8
vían de su libertad incluso contra él mismo. Toda la Antigüedad ha elo- 9
giado este proceder.

Después de todos los esfuerzos que han empeñado los hombres más no- 11
tables en pro de la libertad del entendimiento humano, ¿habría que tener
motivo para temer que vaya a desagradarles el resultado de aquélla?

III

Voy a aprovechar en beneficio mío esta equidad y moderación. No obs- 16
tante, sólo las encontraré donde brillen los atributos del mérito y de una 17
ciencia superior. Por lo demás, hay aún una gran masa, sobre la que el pre- 19
juicio y la autoridad de las grandes figuras ejercen un dominio despótico.
Estos hombres, que quisieran aparecer como árbitros del saber, parecen ser 21
muy diestros en juzgar un libro, sin haberlo leído. Basta con mostrarles su 23
título para que se den a la crítica. Si el autor es desconocido, sin renombre ni 25
mérito, el libro carece de valor, de forma que se pierde el tiempo con él, y
más todavía si emprende grandes cosas, como censurar hombres célebres,
mejorar las ciencias y preconizar sus propias ideas ante el público. Si en el 29
tribunal de las ciencias contara el número, mi causa sería desesperada. No
obstante, el peligro no me inquieta. Estos son, por así decir, los que ocupan 30
el último puesto en el Parnaso, no teniendo en él ni voz ni voto.

IV

El prejuicio es algo muy humano; fomenta la indolencia y el amor propio, 35
dos cualidades que no desaparecerán más que con la humanidad. El que se 9,1
encuentra mediatizado por los prejuicios eleva a determinados hombres,
que por lo demás sería vano tratar de rebajar y empequeñecer, a una altura
inalcanzable por encima de los demás. Esta preeminencia cubre todo lo de- 4
más con la apariencia de una perfecta igualdad, y no le permite percibir la
diferencia que aún reina entre ellos y que, de otro modo, le expondría a la
molesta constatación de ver cómo uno a menudo es superado incluso por
los que se encuentran dentro de la medianía.

Así pues, en tanto sea poderosa la vanidad de los sentimientos humanos, 10
se mantendrá el prejuicio, lo cual significa que nunca desaparecerá.

V

En el curso de este tratado no voy a tener ningún reparo en rechazar franca- 14
mente la tesis de un hombre famoso, si a mi entender es falsa. Esta libertad 16
me acarreará consecuencias muy detestables. La gente es muy propensa a 17
creer que quien opina que, en uno u otro punto, tiene un conocimiento más
justo que algún gran estudioso, se figura asimismo que está por encima de
él. Me atrevo a decir que esta apariencia es muy engañosa, y que en este caso 20
es realmente errónea. En la perfección del entendimiento humano no se da 23
una proporción ni una similitud con la constitución del cuerpo humano. En 25
éste es posible llegar, partiendo de las dimensiones de uno u otro miembro,
a una conclusión sobre la dimensión del todo; pero el caso de la capacidad
del entendimiento es muy diferente. La ciencia es un cuerpo desproporcio- 28
nado, falto de simetría y uniformidad. Un estudioso insignificante supera 29
con frecuencia, en este o aquel sector del conocimiento, a otro que le sobre-
pasa ampliamente en el volumen total de su ciencia. La vanidad de los hom- 32
bres no llega, según todas las apariencias, tan lejos que no pueda reconocer
esta diferencia y equipare la intelección de ésta o aquella verdad con el vasto
conjunto de un conocimiento superior; por lo menos estoy seguro de que no
se me haría justicia, si se me hiciera este reproche. 36

VI

La gente no es tan necia como para pensar que un estudioso de rango no esté 10,2
sometido al peligro de equivocarse. Sin embargo, no es tan fácil digerir que 3
un autor secundario y desconocido haya evitado el error del que, con toda
su agudeza, no ha podido salvarse un gran hombre. Hay mucha osadía en 7
estas palabras: *La verdad que en vano han buscado los más grandes maes-
tros del conocimiento humano, la ha descubierto mi entendimiento por vez
primera.* No me atrevo a atribuirme este pensamiento, pero tampoco qui- 10
siera renunciar a él.

VII

Tengo la presunción de que a veces no es inútil mantener cierta noble con- 13
fianza en las propias fuerzas. Una seguridad de este tipo anima nuestros es- 14
fuerzos, y les comunica un impulso firme que es muy favorable para la in-
vestigación de la verdad. Cuando alguien es capaz de persuadirse de que 17
puede confiar algo en su propio discernimiento, y que es posible coger en
falta a un *Leibniz,* se aplica al máximo a verificar su conjetura. Aun después 20
de haberse equivocado mil veces en una empresa, el beneficio obtenido de
este modo en el conocimiento de la verdad es mucho más considerable que
si se hubiera seguido siempre la senda principal.

En esto me baso yo. Me he trazado ya la ruta que quiero seguir. Voy a em- 25, 26
prender mi carrera, y nada ha de impedirme proseguirla.

VIII

Hay aún una nueva objeción que se me hará y a la que, según parece, debo 29
adelantarme. A veces se me escuchará con el tono de un hombre que está 30
muy seguro de la corrección de sus tesis y que no teme ser refutado o que sus
conclusiones puedan engañarle. No soy tan fatuo como para figurarme eso 33
realmente, ni tampoco tengo motivo para eliminar con tanta diligencia
toda apariencia de error en mis tesis, puesto que, después de todos los desli-
ces a que ha estado sometido en todas las épocas el entendimiento humano,
no es una deshonra haberse equivocado. Hay un propósito completamente 11,3
distinto en mi modo de proceder. Antes de aplicarse a mi tratado, el lector 4
de estas páginas sin duda está ya influido por las tesis que actualmente es-
tán en boga acerca de las fuerzas vivas. Sabe lo que se ha pensado al res- 6
pecto, antes de que Leibniz anunciase al mundo su estimación de las fuer-
zas, y también tiene que serle ya conocido el pensamiento de este hombre.
Inevitablemente se habrá dejado ganar por las conclusiones de uno de los 9
dos partidos, previsiblemente por las del leibniciano, ya que toda Alema-
nia las profesa en la actualidad. Con esta disposición leerá estas páginas. 12
Los alegatos de las fuerzas vivas, bajo la forma de demostraciones geomé- 13
tricas, habrán conquistado todo su espíritu. En consecuencia, verá mis 14
pensamientos sólo como algo dudoso o, si tengo mucha suerte, como algo
aparentemente dudoso, cuya resolución dejará al tiempo, no pudiendo
obstaculizar la verdad. A esto debo oponer todo mi ingenio, a fin de rete- 17
ner la atención del lector algo más. He de presentarme ante él con toda la 19
fuerza de persuasión que me otorgan mis demostraciones, para llamarle la
atención sobre las razones que me inspiran esta confianza.

Si expusiese mis pensamientos sólo bajo el signo de la duda, el público, 22
que de todos modos estará inclinado a despreciarlos, los pasaría muy facil-
mente por alto, pues una opinión que se cree haber demostrado en alguna
ocasión, permanecerá vigente durante mucho tiempo, aun cuando las du-
das con que sea impugnada sean ostensibles y difícilmente resolubles.

Un autor por lo común arrastra inadvertidamente a sus lectores a la 29
misma disposición en que se encontraba durante la composición de su es- 31
crito. Yo quisiera trasmitirles, si fuera posible, la certeza antes que la duda,
porque aquella resultaría para mí, y acaso también para la verdad, más
ventajosa que ésta. Estas son pequeñas artimañas que ahora no puedo des- 34
cuidar, a fin de restablecer en alguna medida el equilibrio de la balanza, tan
comprometido por el prestigio de los grandes hombres. 37

IX

La última dificultad que quiero solventar, es la que se me hará a propósito **12**,2
de la falta de cortesía. Parece que habría podido tratar a los hombres que he 3
osado refutar con más respeto que el que he tenido. Hubiera debido enjui- 6
ciar sus tesis con un tono mucho más suave. No hubiera debido calificarlas 7
como *errores, falsedades,* o incluso, *delirios.* La dureza de estas expresiones 8
parece empequeñecer los grandes nombres a quienes se dirigen. En la época 10
de las distinciones, que era también la época de la rudeza de costumbres, se
habría respondido que hay que enjuiciar las afirmaciones independiente-
mente de los méritos personales de sus autores. Pero la cortesía de este siglo 13
me impone una ley completamente diferente. No tendría disculpa si la for- 14
ma de mi expresión ofendiese el respeto que requiere de mí el merecimiento
de los grandes hombres. Sin embargo, estoy seguro de que no ocurre esto. Si 16, 17
encontramos errores manifiestos, al lado de los mayores descubrimientos,
esto no es tanto un fallo de los hombres, cuanto de la humanidad; y se so-
breestimaría en exceso a ésta en la persona de los estudiosos, si se la quisiera
preservar por completo del error. Un gran hombre que erige un edificio teó- 21
rico, no puede prestar atención con la misma fuerza a todos lados. Se fija 23
especialmente en una determinada consideración, y no es extraño que luego
se le deslicen en alguno de los demás aspectos faltas que indefectiblemente
habría evitado, si en lugar de aquella preocupación hubiera dirigido la aten-
ción a las mismas.

Voy a confesar la verdad sin rodeos. Estoy dispuesto a considerar como 28
errores y falsedades las tesis que a mi entender aparezcan como tales; y ade-
más ¿por qué habría de contenerme y ocultar en mi escrito estos pensa-
mientos tan medrosamente, para manifestar no lo que pienso, sino lo que a
la gente le gustaría que pensase?

Y, hablando en general, tampoco me avendría fácilmente a la ceremonia 35
de imprimir a todos los juicios que exprese sobre los grandes hombres un
cierto aire de artificiosidad, de suavizar hábilmente las expresiones y hacer
ver en todas partes la huella del respeto; este esfuerzo me pondría con fre-
cuencia en apuros, a causa de la elección de los términos, y me llevaría a la
precisión de desviarme del sendero de la consideración filosófica. *Por tan-* **13**,5
*to, quiero aprovechar la ocasión de este preámbulo, para hacer una declara-
ción pública del respeto y la estimación que guardaré siempre a los grandes
maestros de nuestro conocimiento que voy a tener el honor de llamar mis
adversarios, y a los que la libertad de mis juicios más desfavorables no
puede producir el menor perjuicio.*

X

Después de los diferentes prejuicios que hasta ahora he tratado de eliminar, 13
queda por último un prejuicio en cierto modo legítimo, al cual tendré que
agradecer todo lo que pueda haber de convincente en mi escrito. Si muchos 17
grandes hombres, de probada penetración y discernimiento, llegan a man-
tener una misma tesis, en parte por caminos diferentes, y en parte por el
mismo, la suposición de que sus demostraciones son correctas es mucho
más probable que admitir que el entendimiento de un autor irrelevante
cualquiera haya afinado más en las mismas. Por ello éste tiene serios moti- 22
vos para hacer especialmente clara y precisa la crítica de su propia conside-
ración, y para analizarla y detallarla de modo que, en el caso de que cometa
un sofisma, le salte a la vista; porque se presupone que, si las reflexiones
están igualmente complicadas, descubrirá antes la verdad el que aventaje a
los demás en penetración. Por consiguiente ha de hacer su investigación en 28
lo posible fácil y simple, para que pueda suponer tanta luz y corrección en
su reflexión, según la medida de su capacidad de juicio, como los otros, se-
gún la medida del suyo, en una investigación mucho más complicada.

En la ejecución de mi plan he convertido en ley esta observación, como se 34
percibirá enseguida. 35

XI

Antes de finalizar este preámbulo, vamos a dar a conocer brevemente el 14,2
estado actual de la controversia sobre las *fuerzas vivas.*

Según parece, *Leibniz* no reconoció por primera vez las fuerzas vivas en 5
los casos que presentó inicialmente al público. Los comienzos de una opi- 7
nión son por lo regular mucho más simples, especialmente tratándose de
una opinión que conlleva algo tan extraordinario y audaz como la estima-
ción por el cuadrado. Hay ciertas experiencias, muy comunes, por las que 9
percibimos que un movimiento real, p. ej., un golpe o un choque, comporta
siempre más potencia que una presión muerta, si es igualmente vigorosa.
Acaso fue esta observación el germen de un pensamiento que, en manos de 13
Leibniz, no podía permanecer infructuoso y que alcanzó las dimensiones
de una de las teorías más célebres.

XII

Hablando en general, la cuestión de las fuerzas vivas parece haber sido ex- 18
presamente hecha, por así decir, para que el entendimiento fuese seducido
por ella en cualquier época. *Los obstáculos de la gravedad superados, los* 21
cuerpos desplazados, los resortes comprimidos, las masas movidas, las ve-
locidades que se originan en el movimiento compuesto, todo concuerda de
un modo extraordinario en producir la apariencia de la *estimación por el*
cuadrado. Hubo un tiempo en que la cantidad de demostraciones obtenía 26
lo que en otros hubiera conseguido su agudeza y evidencia. Este tiempo 27
subsiste hoy entre los defensores de las fuerzas vivas. Si en una u otra de sus 27
demostraciones sienten poca convicción, la apariencia de verdad que por
tantos otros lados se muestra en contrario refuerza su asentimiento y no le
deja volverse vacilante.

XIII

Es más difícil decir hacia qué lado se han inclinado las perspectivas de vic- 34
toria en la polémica de las fuerzas vivas. Los dos *Bernoulli, Leibniz* y *Her-* 15,1
mann, que estaban a la cabeza de los filósofos de su nación, no pudieron ser
superados por la autoridad de los restantes estudiosos de Europa. Estos 4
hombres, que tenían en su poder todas las armas de la geometría, eran los
únicos capaces de sustentar una opinión que quizá no se hubiera podido
dar a conocer, de haberse encontrado en manos de unos defensores menos
célebres.

Tanto el partido de *Descartes* como el de *Leibniz* han sentido respecto a 8
su parecer toda la convicción de que es capaz comúnmente el conocimiento
humano. Ambas partes se han quejado del prejuicio de sus adversarios, y 10
cada partido ha creído que no se habría podido poner en duda su parecer, si
sus adversarios se hubieran querido tomar la molestia de considerarlo con
el recto equilibrio de las inclinaciones anímicas.

Con todo, se da una diferencia notable entre el modo con que trata de sos- 16
tenerse el partido de las fuerzas vivas, y aquél con que se defiende la esti-
mación de Descartes. Esta se apoya sólo en casos sencillos, en los que la de- 19
terminación de la verdad y el error es fácil y segura; aquél, por el contrario,
hace sus demostraciones tan obscuras y complicadas como puede, y se sal-
va, por así decir, gracias a la ayuda de la noche de un combate en el que a la
luz del día llevaría quizá la peor parte.

Los leibnicianos tienen además casi todas las experiencias de su lado; 25
esto es quizá lo único en que aventajan a los cartesianos. *Poleni, 'sGrave-* 27
sande y *van Musschenbroek* les han prestado este servicio, cuyas conse-
cuencias tal vez habrían sido excelentes, si se hubiera utilizado adecuada-
mente.

No voy a relatar en este preámbulo lo que en el presente tratado me pro- 30
pongo realizar en la cuestión de las fuerzas vivas. Este libro cifra únicamen- 32
te en su brevedad la esperanza de ser leído; por tanto le será fácil al lector fa-
miliarizarse por sí mismo con el contenido.

De confiar algo en mi propia presunción, diría que mis opiniones pudie- 36
ran prestar una ayuda oportuna a poner término a una de las mayores desa-
venencias que imperan actualmente entre los geómetras de Europa. Pero **16**,2
esta persuasión es fútil: en ninguna parte vale menos el juicio de un hombre,
que en sus propios asuntos. No estoy tan prevenido en favor de los míos, 4
como para prestar oídos a un prejuicio del amor propio. Sin embargo, inde- 6
pendientemente de lo que resulte de ello, me atrevo a pronosticar con segu-
ridad que, o bien se resuelve pronto esta controversia, o no acabará jamás. 9

DE LA FUERZA DE LOS CUERPOS EN GENERAL 2

§ 1

Cada cuerpo tiene una fuerza esencial

Voy a comenzar estableciendo algunos conceptos metafí- 4
sicos sobre la fuerza de los cuerpos en general, porque
creo que es algo que puede contribuir al propósito que
tengo de hacer segura y definitiva la doctrina de las fuer-
zas vivas.

Se dice que un cuerpo que está en movimiento posee 9
una fuerza. Porque todo el mundo llama actuar a esto: 10
vencer obstáculos, comprimir resortes, desplazar ma-
sas... De no verse más allá de lo que enseñan los sentidos, 11
se consideraría esta fuerza como algo comunicado al
cuerpo exclusivamente desde el exterior, y de lo que carece
cuando está en reposo. Toda la muchedumbre de los filó- 14
sofos anteriores a *Leibniz* era de esta opinión, excep-
tuando tan sólo a *Aristóteles*. Se cree que la obscura ente- 16
lequia de este hombre constituiría el secreto de las accio-
nes de los cuerpos. Ninguno de los escolásticos que siguie- 17
ron a Aristóteles ha comprendido este enigma, y quizá
tampoco ha sido hecho para que alguien pudiera com-
prenderlo. Leibniz, al que la razón humana tanto tiene 20
que agradecer, fue el primero en enseñar que en los cuer-
pos reside una fuerza esencial, que les corresponde antes
incluso que la extensión. Estas son sus palabras: *Est ali-* 22
quid praeter extensionem imo extensione prius. 23

§ 2

Leibniz denominó genéricamente a esta fuerza de los cuerpos, *fuerza activa*

Esta fuerza fue denominada por su descubridor con el **18**,2
nombre general de fuerza activa. Habría que haber se- 3
guido sus pasos en los sistemas metafísicos; pero se trató
de determinar algo más esta fuerza. El cuerpo, se dice, 6

tiene una fuerza motriz, puesto que se ve que no hace otra
cosa más que producir movimientos. Cuando presiona 8
trata de moverse; pero sólo si el movimiento es real la
fuerza está en ejercicio. No obstante yo sostengo que, 10
cuando se atribuye a los cuerpos una fuerza motriz *(vim
motricem)* esencial para disponer de una respuesta a la
pregunta por la causa del movimiento, se pone en práctica
de algún modo el artificio que empleaban los escolásticos
al refugiarse en una *vi calorifica* o *frigifaciente* en la inves-
tigación de las razones del calor o el frío.

§ 3

La fuerza esencial debería llamarse en justicia *vim activam*

No se habla con propiedad cuando se convierte el movi- 18
miento en una forma de acción, y se le adjudica por esto
una fuerza del mismo nombre. Un cuerpo al que se opone 20
una resistencia infinitamente pequeña, y que por lo tanto
no produce prácticamente efecto alguno, posee el máximo
de movimiento. El movimiento es sólo el fenómeno ex- 22
terno del estado del cuerpo que no actúa, sino que se es-
fuerza por actuar; únicamente actúa cuando pierde re-
pentinamente su movimiento a causa de un obstáculo,
esto es, en el momento que recobra el reposo. En conse- 27
cuencia, no se debería designar la fuerza de una sustancia
por lo que de ningún modo es una acción, ni mucho me-
nos decir de los cuerpos que actúan en reposo (p. ej., una
bola que oprime con su peso la mesa sobre la que des-
cansa) que tratan de moverse. Porque, como no actuarían 31
si se moviesen, habría que decir que, mientras el cuerpo
actúa, se esfuerza por alcanzar un estado en que no lo
haga. Por tanto, habría que denominar en general la 34
fuerza de un cuerpo mucho antes *vim activam,* que *vim
motricem.* 36

§ 4

Cómo puede ser explicado en general el movimiento a partir de la *fuerza activa*

En cambio, nada hay más sencillo que derivar el origen de **19**,2
lo que llamamos movimiento a partir del concepto gene-
ral de fuerza activa. La sustancia *A,* cuya fuerza está de- 4
terminada a actuar fuera de sí (esto es, a modificar el es-
tado interno de otras sustancias), o encuentra de inme-
diato en el primer momento de su esfuerzo un objeto que
asimila toda su fuerza, o no lo encuentra. Si a todas las 9
sustancias les sucediese lo primero, no conoceríamos nin-
gún movimiento, ni tampoco denominaríamos por éste la
fuerza de los cuerpos. Pero si la sustancia *A* no puede apli- 11
car toda su fuerza en el primer momento de su esfuerzo,
aplicará tan sólo una parte de ella. Sin embargo, no puede 13
permanecer inactiva con la parte restante. Antes bien ha 14
de actuar con toda su fuerza, porque dejaría de llamarse
fuerza si no fuese aplicada por completo. Dado que no se 16
pueden encontrar las consecuencias de esta aplicación en
el estado coexistente del universo, tendrán que encon-
trarse en la segunda dimensión del mismo, a saber, en la
serie sucesiva de las cosas. El cuerpo aplicará por tanto su 20
fuerza no de una vez, sino poco a poco. Sin embargo, no 21
puede actuar en los instantes sucesivos sobre las mismas
sustancias que al principio, porque éstas sólo asimilan la
primera parte de su fuerza, pero no son capaces de recibir
la restante; por tanto, *A* actúa sucesivamente sobre otras
sustancias. No obstante, la sustancia *C,* sobre la que actúa 25
en el segundo momento, tiene que tener respecto de *A* una
relación de lugar y posición completamente diferente de
B, sobre la que actuó al principio, pues de otro modo no
habría ninguna razón para que *A* no hubiese actuado
desde el comienzo, de una vez, tanto sobre la sustancia *C,*
como sobre *B.* De la misma manera, las sustancias sobre 29
las que actúa en momentos sucesivos tienen cada una una
posición diferente respecto al lugar primitivo del cuerpo
A. Esto significa que *A* cambia de lugar al actuar sucesi- 32
vamente.

§ 5

Dificultades que se presentan en la doctrina de la acción del cuerpo sobre el alma, si no se atribuye éste a otra fuerza que la *vim motricem*

Como no percibimos claramente qué hace un cuerpo 34
cuando actúa en estado de reposo, nos remitimos siempre
al movimiento que se seguiría si se eliminase la resistencia.
Bastaría servirse del mismo como signo externo de lo que **20**,1
ocurre en el cuerpo y no podemos ver. Pero por lo regular 4
se considera el movimiento como el producto y la conse-
cuencia única de la fuerza, cuando se manifiesta adecua-
damente. Dado que es tan fácil volver de este pequeño ex- 7
travío a los conceptos correctos, no se debió pensar que tal

error tuviese consecuencias. No obstante de hecho es así, 10
aunque no en la mecánica ni en la física. Porque precisa- 11
mente por esto llega a ser tan difícil de concebir en la me-
tafísica, cómo es capaz la materia de suscitar representa-
ciones en el alma humana de un modo de hecho eficaz
(esto es, a través del influjo físico). ¿Qué otra cosa hace la 15
materia, se dice, que causar movimientos? De acuerdo 16
con esto, toda su fuerza servirá en todo caso para despla-
zar el alma. Sin embargo, ¿cómo es posible que la fuerza, 17
que sólo produce movimientos, engendre ideas y repre-
sentaciones? Estos son géneros tan diversos de cosas, que 19
no es concebible cómo puede una ser la fuente de las otras.

§ 6

Dificultad que se origina de aquí cuando se trata de la acción del alma sobre el cuerpo. Y cómo puede suprimirse mediante la denominación de una *vis activae* en general

Una dificultad idéntica se manifiesta cuando se pregunta 23
si el alma está también en condiciones de poner la materia
en movimiento. Sin embargo, ambas dificultades desapa- 25
recen, y el influjo físico recibe no poca luz, si se cifra la
fuerza de la materia no en el cálculo del movimiento, sino
en el de los efectos sobre otras sustancias que no son sus-
ceptibles de mayor determinación. Porque entonces la 30
pregunta de si el alma puede causar movimientos, esto es,
si tiene una fuerza motriz, se transforma en esta otra:
¿puede determinarse su fuerza esencial hacia una acción
externa?, esto es, ¿es capaz de actuar fuera de sí sobre
otros seres y producir cambios? Esta pregunta puede res- 35
ponderse decididamente así: el alma tiene que poder pro-
ducir efectos fuera de sí porque está en un lugar. Ya que, si **21**,1
analizamos el concepto de lo que llamamos lugar, encon-
tramos que alude a las interacciones mutuas de las sustan-
cias. Sólo esta pequeña confusión conceptual ha impe- 3
dido a cierto sagaz autor redondear el triunfo del influjo
físico sobre la armonía preestablecida, confusión que se
evita fácilmente en cuanto se fija uno en ella.

Si se denomina fuerza activa a la fuerza de los cuerpos en general, se comprende fácilmente cómo puede determinar la materia ciertas representaciones en el alma

Es igual de fácil comprender este tipo de paradoja: ¿cómo 9
es posible que la materia, que no se concibe que pueda
causar más que movimentos, imprima en el alma ciertas
representaciones e imágenes? Porque la materia que se 13
pone en movimiento actúa sobre todo lo que está unida a
ella en el espacio, y por tanto sobre el alma también; esto
es, modifica el estado interno de la misma, en la medida
que se relaciona con el exterior. Ahora bien, el estado in- 18
terno del alma no es más que el compendio de todas sus re-
presentaciones y conceptos, y en la medida en que este es-
tado interno se relaciona con el exterior, se llama el *status*
repraesentativus universi; por ello la materia modifica, a
través de la fuerza que tiene al moverse, el estado del alma
mediante el cual se representa el universo. De este modo se 24
comprende cómo puede imprimir representanciones en el
alma.

§ 7

Realmente pueden existir cosas sin que, sin embargo, estén presentes en ningún lugar del universo

Es difícil no desvariar en una materia de tan amplios con- 27
tornos; no obstante, he de retornar únicamente a lo que he
querido indicar acerca de la fuerza de los cuerpos. Como 30
todo enlace y relación de las sustancias que existen unas
fuera de otras procede de las variadas acciones que ejercen
recíprocamente sus fuerzas, podemos ver las verdades que
se pueden deducir de este concepto de fuerza. Una sustan- 35
cia, o está enlazada y unida con otra exterior a ella, o no lo
está. Como cada ser autónomo contiene dentro de sí la 36
fuente completa de todas sus determinaciones, no es nece-
sario a su existencia que esté enlazado con otras cosas. De
aquí que puedan existir sustancias carentes de toda rela- **22**,3
ción de exterioridad con respecto a otras, o sea, sin ningún
enlace real con ellas. Ahora bien, como no puede haber 5
ningún lugar sin conexiones externas, posiciones y rela-
ciones, es bien posible que exista realmente una cosa, a pe-
sar de no estar presente en ninguna parte del universo.
Esta paradoja no había sido aún, que yo sepa, advertida 8
por nadie, aunque es una consecuencia, y muy fácil por
cierto, de las verdades más patentes. Pero aún se deducen 11
de la misma fuente otras proposiciones no menos extraor-
dinarias y que se imponen al entendimiento, por así decir,
contra su voluntad.

§ 8

Es verdad, en un sentido metafísico correcto, que puede existir más de un universo

Como no se puede decir que algo sea una parte de un todo 15
si no está enlazado de algún modo con las partes restantes
(pues de otra forma no habría ninguna diferencia entre
una unión real y otra imaginaria), y como el universo es un

ser realmente compuesto, una sustancia que no esté vinculada con ninguna cosa en todo el universo tampoco pertenecerá al universo, ya que es meramente imaginaria, es de-
cir, no formará parte del mismo. De haber muchos seres 24
semejantes, que no estén conectados con ninguna cosa del universo, pero que tengan entre sí una relación mutua, originarían un todo muy peculiar, integrarían un universo
peculiar. Por eso, cuando se enseña en los auditorios filo- 27
sóficos que en sentido metafísico no puede existir más que
un sólo universo, no se habla con propiedad. Es posible en 29
realidad, incluso en un sentido metafísico correcto, que
Dios haya creado muchos millones de universos; de modo 32
que queda por decidir si además existen realmente o no. El error que se ha cometido aquí se ha originado sin duda porque no se ha prestado atención precisa a la especifica-
ción de universo. Porque la definición sólo incluye en el 34
universo lo que está realmente enlazado con las demás cosas;* mientras que el teorema olvida esta limitación y habla de todas las cosas existentes en general.

§ 9

Si las sustancias no tuviesen ninguna fuerza para actuar fuera de sí, no existiría la extensión, ni tampoco el espacio

Es fácil probar que no habría espacio ni extensión si las 23,5
sustancias estuviesen desprovistas de fuerza para actuar
fuera de sí. Porque sin esta fuerza no hay enlace alguno; 7
sin éste, tampoco orden y, finalmente, sin éste, tampoco
espacio. Sin embargo, es más difícil comprender cómo se 9
origina la multiplicidad de dimensiones del espacio de la ley que rige la acción externa de esta fuerza de las sustancias.

No se conoce todavía la razón de la tridimensionalidad del espacio

Como he percibido un círculo vicioso en la demostración 13
extraída por Leibniz en alguna parte de la Teodicea del número de rectas que se pueden trazar perpendicularmente por un punto, he pensado probar la tridimensionalidad del espacio a partir de lo que se percibe en las potencias de
los números. Las tres primeras potencias de los mismos 19
son completamente simples y no se dejan reducir a ninguna otra; pero la cuarta, en cuanto cuadrado del cua-

* *Mundus est rerum omnium contingentium simultanearum & successivarum inter se con- 23,34
nexarum series.* 35

drado, no es más que una repetición de la segunda poten-
cia. Pero, por buena que me pareciese esta propiedad de 22
los números para explicar la tridimensionalidad del espa-
cio, no resulta válida en la práctica. Porque la cuarta po- 24
tencia es, en todo lo que nos podemos representar del es-
pacio con la imaginación, un absurdo. No se puede multi- 26
plicar en la geometría un cuadrado por sí mismo, ni el cubo por su raíz; por tanto, la necesidad de la tridimensionalidad no descansa tanto en que, si se establecen más dimensiones, no es más que como si se repitiesen las anteriores (al igual que pasa con las potencias de los números), sino más bien en otro tipo de necesidad, que no estoy en si-
tuación de explicar. 33

§ 10

Es probable que la tridimensionalidad del espacio provenga de la ley según la cual actúan recíprocamente las fuerzas de las sustancias

Como todo lo que figura entre las propiedades de una 24,2
cosa tiene que poder ser derivado de lo que contiene la razón completa de la cosa misma, también se fundarán las propiedades de la extensión, y por tanto su tridimensionalidad, en las propiedades de la fuerza que poseen las sus-
tancias con respecto a las cosas con que están ligadas. La 9
fuerza con que actúa un sustancia al asociarse a otras no puede concebirse sin una ley que se manifieste en la forma de su acción. Como la forma de la ley con arreglo a la cual
interactúan las sustancias ha de determinar asimismo el 12
modo de asociación y composición de muchas de ellas, la ley con arreglo a la cual se mide todo un conjunto de sustancias (esto es, un espacio), o las dimensiones de la extensión, provendrán de las leyes con que tratan de agruparse las sustancias, en virtud de sus fuerzas esenciales.

La tridimensionalidad parece estribar en que las sustancias interaccionan en el universo existente de tal modo que la fuerza de la acción es inversamente proporcional al cuadrado de las distancias

Por ello infiero: primero, que las sustancias en el universo 19
existente del cual formamos parte tienen fuerzas esenciales, de forma que sus acciones se propagan en asociación recíproca en proporción inversa al cuadrado de las distancias; segundo, que el todo resultante tiene en virtud de esta ley la propiedad de la tridimensionaldidad; tercero, que esta ley es arbitraria y que Dios hubiera podido elegir otra, por ejemplo, la proporción inversa del cubo de las distancias; cuarto, por último, que de otra ley se habría derivado
una extensión de otras propiedades y dimensiones. Una 31
ciencia de todas estas posibles clases de espacios sería con

toda seguridad la más alta geometría abordable por un
entendimiento finito. La imposibilidad que percibimos en
nosotros mismos para figurarnos un espacio de más de 33
tres dimensiones, me parece estribar en que nuestra alma
recibe igualmente las impresiones externas según la ley de
la doble relación inversa de las distancias, y en que su na-
turaleza misma está hecha de modo que no sólo sufre, sino
que actúa fuera de sí de esta manera.

§ 11

Condición bajo la cual es probable que haya muchos universos

Si es posible que haya extensiones de otras dimensiones, **25**,4
también es muy probable que Dios las haya puesto en al-
guna parte, porque sus obras tienen toda la grandeza y di-
versidad que sólo ellas pueden abarcar. Espacios de esta 8
clase no podrían en modo alguno estar relacionados con
los que son de una naturaleza completamente diferente;
por eso tales espacios no pertenecerían en absoluto a
nuestro universo, sino que tendrían que constituir univer-
sos propios. Antes he mostrado que, en sentido metafí- 12
sico, podrían coexistir varios universos; pero ésta es a la
vez la única condición por la que, según me parece, sería
también probable que existieran realmente muchos uni-
versos. Porque de ser posible solamente el espacio tridi- 16
mensional, los otros universos situados fuera del que ha-
bitamos podrían relacionarse en el espacio con el nuestro,
dado que son espacios de la misma clase. Entonces cabría 20
preguntarse por qué Dios ha separado un universo de los
demás, ya que por medio de su conexión habría comuni-
cado a su obra mayor perfección; puesto que cuanta
mayor unión, tanta más armonía y concordancia hay en el
universo, mientras que, en cambio, los huecos y separacio-
nes violan las leyes del orden y la perfección. Por tanto no 25
es probable que existan muchos universos (si bien en sí
mismo es posible), a no ser que sean posibles las diversas
clases de espacio que he mencionado.

Estos pensamientos pueden ser el esbozo de una consi- 28
deración que me reservo. Pero no puedo negar que los co- 29
munico tal como se me ocurren, sin asegurar su certeza
mediante una investigación más detenida. Por tanto, estoy 31
dispuesto a desecharlos tan pronto como un juicio más
maduro me descubra su debilidad.

§ 12

Algunos profesores de metafísica afirman que los cuerpos, en virtud de su fuerza, tratan de moverse hacia todos lados

La filosofía más reciente estipula ciertos conceptos sobre 35
la fuerza esencial de los cuerpos que en ningún caso pue-
den ser aprobados. Se les atribuye un esfuerzo perpetuo **26**,1
de movimiento. Aparte del defecto que, como he mos- 2
trado al principio, conlleva este concepto, hay además
otro del que voy a hablar a continuación. Si la fuerza es un 5
esfuerzo perpetuo por actuar, sería una contradicción
manifiesta pretender que este conato de la fuerza es abso-
lutamente indeterminado con respecto a las cosas exterio-
res. Porque, en virtud de su definición, trata de actuar 8
fuera de sí sobre otras cosas, y de acuerdo con las tesis
aceptadas por los metafísicos más recientes, actúa real-
mente sobre ellas. Por ello, parecen hablar con más pro- 11
piedad los que dicen que está dirigida hacia todos lados y
no que está absolutamente indeterminada con respecto a
la dirección. El famoso *Hamberger* sostiene por ello que 14
la fuerza sustancial de las mónadas trata de moverse hacia
todos lados igualmente, y así se mantiene en reposo, como
una balanza, mediante el equilibrio de las presiones con-
trapuestas.

§ 13

Primera objeción contra esta opinión

Según este sistema, el movimiento se origina cuando se ha 19
perdido el equilibrio de las tendencias contrapuestas, y el
cuerpo se mueve en la dirección de la tendencia mayor con
el exceso de fuerza que ésta ha mantenido sobre la menor
contrapuesta. Ciertamente esta explicación satisface a la 23
imaginación en el caso de que el cuerpo motor vaya junto
con el cuerpo movido. Porque este caso es semejante a 25
cuando alguien sostiene con una mano uno de los platos
en equilibrio de la balanza, y así provoca el movimiento
del otro. Pero un cuerpo que ha sido puesto en movi- 28
miento mediante un choque lo prosigue indefinidamente,
a pesar de que la potencia impulsora deje de actuar sobre
él. Sin embargo, de acuerdo con la teoría referida no po- 30
dría proseguir su movimiento, sino que tan pronto como
el cuerpo impulsor dejase de actuar sobre él, quedaría re-
pentinamente en reposo. Porque, dado que las tendencias
dirigidas hacia todos lados de la fuerza del cuerpo son in- 33

separables de su sustancia, tan pronto como la potencia
externa que había contrarrestado una de las tendencias
deje de actuar, se recuperará al momento el equilibrio en-
tre estas inclinaciones.

§ 14

Segunda objeción contra esta opinión

Pero ésta no es la única dificultad. Como una cosa debe **27**,4, 5
estar determinada en todos los casos, el esfuerzo de movi-
miento que ejercen las sustancias en todas direcciones, de-
berá tener un cierto grado de intensidad. Porque no puede 8
ser infinito; pero un empeño por obrar finito sin una can-
tidad determinada de conato es imposible. Por lo tanto, 10
como el grado de intensidad es finito y determinado, su-
póngase que un cuerpo *A*, de la misma masa, tropieza con
él con una potencia que es tres veces mayor que todo el em-
peño de movimiento poseído por éste en la fuerza esencial
de su sustancia; de este modo sólo podrá tomar del coli-
sionante, a través de su *vim inertiae,* la tercera parte de su
velocidad, aunque tampoco él alcanzará más velocidad
que la equivalente a la tercera parte de la del cuerpo impul-
sor. Por tanto, después del choque el cuerpo colisionante 18
A deberá moverse con dos grados de velocidad, mientras
que *B* lo hará tan sólo con un grado en la misma dirección.

Figura 1

Ahora bien, como *B* está en la trayectoria del cuerpo *A*, y 20
no adquiere toda la velocidad que precisa para no obsta-
culizar el movimiento del cuerpo *A*, y como independien-
temente de esto no es capaz de detener su movimiento, *A*
se moverá realmente en la dirección *AC* (Fig. 1), con velo-
cidad 2, mientras que *B*, que está en la trayectoria del
cuerpo *A*, lo hará en la misma dirección con velocidad 1, y
no obstante ambos movimientos se desarrollarán sin obs-
táculos. Mas esto es imposible, a no ser que se quisiera su- 28
poner que *B* fuera traspasado por *A*, lo cual es un absurdo
metafísico.* 30

* Se comprende esto más claramente si se considera que el cuerpo *A*, después del choque, es- **27**,32
tará en *C* cuando *B* no ha pasado todavía del punto *D*, que divide el segmento *AC* por la mitad,
pues de otro modo no podría haberle sacado ninguna ventaja. 36

§ 15

Doble división del movimiento

Es hora de que termine este preámbulo metafísico. Sin **28**,2, 3
embargo, no puedo menos que añadir una observación
que considero indispensable para la comprensión de lo
que sigue. Presupongo que el lector conoce los conceptos 5
de presión muerta y su medida, que figuran en la mecá-
nica, y en general no voy a desarrollar en estas páginas un
tratado completo sobre todo lo relativo a las fuerzas vivas
y muertas; sino que sólo voy a esbozar algunas ideas que
me parecen novedosas y que son convenientes para mi
propósito de mejorar la medida leibniciana de las fuerzas.
Por eso divido los movimientos en dos clases principales. 12
Una tiene la propiedad de que se conserva por sí misma en 12
los cuerpos a los que ha sido comunicada, y perdura inde-
finidamente si no se interpone ningún obstáculo. La otra 15
es un efecto perpetuo de una fuerza permanentemente im-
pulsora que no precisa una resistencia para destruirlo,
sino que descansa sólo en la fuerza externa, y desaparece
tan pronto como ésta deja de mantenerse. Los proyectiles 19
disparados y todos los cuerpos arrojados son ejemplo de
la primera clase; de la segunda, el movimiento de una bola
que es empujada poco a poco con la mano, o también to-
dos los cuerpos que son llevados o arrastrados con una ve-
locidad moderada.

§ 16

El movimiento de la segunda clase no es diferente de la presión muerta

Se comprende fácilmente, sin aventurarse en una pro- 24
funda consideración de la metafísica, que la fuerza que se
manifiesta en el movimiento de la primera clase tiene algo
de infinito en comparación con la fuerza del segundo gé-
nero. Porque ésta se aniquila en parte ella misma y se des- 28
vanece de repente por sí misma tan pronto como se retira
la fuerza impulsora; por lo cual puede considerársela
como si desapareciese en cada instante, si bien es engen-
drada de nuevo con la misma frecuencia; mientras que en
cambio aquélla es una fuente interna de una fuerza en sí
misma imperecedera, que desarrolla su acción en un
tiempo perpetuo. Por lo tanto guarda con aquélla la 34
misma proporción que un instante en relación al tiempo, o
un punto con respecto a una línea. Por ello, un movi- 35

miento de esta clase no es diferente de la presión muerta, como ha señalado Wolff en su cosmología.

§ 17

El movimiento de la primera clase presupone una fuerza proporcional al cuadrado de la velocidad

Como deseo hablar propiamente del movimiento que se 29,4
conserva por sí mismo indefinidamente en un espacio vacío, voy a examinar brevemente la naturaleza del mismo de acuerdo con los conceptos de la metafísica. Si un cuerpo 7
se mueve libremente en un espacio infinitamente sutil, su fuerza puede medirse por la suma de todos los efectos que produce a perpetuidad. Pues, si este agregado no fuese 11
igual a toda su fuerza, para encontrar una suma que fuese igual a toda la intensidad de la fuerza no bastaría con tomar un tiempo infinito, lo cual es absurdo. Si se comparan 14
entonces dos cuerpos *A* y *B*, que tienen velocidades iguales a 2 y 1, *A* comprime, desde el comienzo de su movimiento e indefinidamente, las masas infinitamente pequeñas del espacio que atraviesa con dos veces más velocidad que *B;* pero además recorre en este tiempo infinito un espacio dos veces mayor que *B;* por tanto, la cantidad total de efecto que *A* produce es proporcional al producto de la fuerza con que tropieza con las partículas del espacio por la cantidad de estas partes, y lo mismo ocurre con la fuerza de *B*. En ambos, sus efectos sobre las pequeñas mo- 23
léculas del espacio son proporcionales a sus velocidades, y las cantidades de estas partes son igualmente proporcionales a las velocidades; por consiguiente, la razón de la magnitud total de efecto de un cuerpo con respecto a la del otro es como el cuadrado de sus velocidades, y por tanto también sus fuerzas están en esta proporción. * 28

§ 18

Segundo argumento al respecto

Puede recordarse, para tener una noción mejor de esta 30
propiedad de las fuerzas vivas, lo que se ha dicho en el § 16. Las presiones muertas no pueden tener mayor me- 30,1

* Como en este escrito quiero oponer a la opinión de Leibniz ciertas objeciones, parece que yo 29,32
mismo me contradigo, puesto que en este § ofrezco una prueba que ratifica su opinión. No obstante, en el último capítulo mostraré que la opinión de Leibniz, si se restringe en cierto modo, se verifica realmente. 36

dida que la simple velocidad; ya que, como la fuerza de los cuerpos que la ejercen no descansa en sí misma, sino que la ejerce una potencia externa, la resistencia que vence no requiere un esfuerzo especial en correspondencia al vigor con que esta fuerza tiende a conservarse en el cuerpo (puesto que la fuerza no radica en modo alguno en la sustancia actuante, ni se esfuerza por conservarse en ella), sino que únicamente precisa anular la velocidad que el cuerpo necesita para cambiar de lugar. Pero el caso de las 10
fuerzas vivas es muy diferente. Como el estado en que se 11
encuentra la sustancia al moverse libremente con una velocidad determinada está perfectamente fundado en las determinaciones internas, la misma sustancia se esfuerza a la vez por mantenerse en este estado. Por consiguiente, la 15
resistencia externa debe tener, además de la fuerza que necesita para contrapesar la velocidad de este cuerpo, una potencia especial para vencer la tendencia con que la fuerza interna del cuerpo trata de conservar en sí ese estado de movimiento, y el vigor total de la resistencia que debe detener los cuerpos que se mueven libremente ha de estar por tanto en razón compuesta de la proporción de la velocidad y de la fuerza con que el cuerpo trata de conservar esta situación; esto es, dado que ambas proporciones son iguales, la fuerza que precisa la resistencia es proporcional al cuadrado de la velocidad del cuerpo colisionante.

§ 19

No puedo prometerme conseguir algo decisivo e irrefuta- 28
ble en una consideración que es meramente metafísica, por eso me remito al siguiente capítulo que, por medio de la aplicación de las matemáticas, tal vez pueda alcanzar mayor poder de persuasión. Nuestra metafísica, como 32
muchas otras ciencias, sólo se encuentra de hecho en el umbral de un conocimiento cabalmente fundado; Dios sabe si se le verá transponerlo. No es difícil ver sus debili- 35
dades en mucho de lo que emprende. Muy a menudo se 36
encuentra que la mayor fuerza de sus demostraciones es el prejuicio. Nada hay tan culpable de ello como la tendencia 31,1
predominante de los que tratan de acrecentar el conocimiento humano. Gustosamente querrían tener una gran 3

filosofía, pero sería deseable que también fuese sólida.
Para un filósofo, casi la única compensación por su es- 5
fuerzo es poder sosegarse finalmente, tras una fatigosa in-
vestigación, con la posesión de una ciencia cabalmente
fundada. Por eso es mucho pedirle que sólo ocasional- 7
mente confíe en su propia aprobación, que no silencie en
sus descubrimientos las imperfecciones que no está en
condiciones de mejorar, y que nunca sea tan vanidoso
como para posponer el auténtico provecho del conoci-
miento al placer que da la ilusión de una ciencia profunda.
El entendimiento es muy propenso al aplauso, y es en ver- 13
dad muy difícil abstenerse de él mucho tiempo; pero de to-
dos modos debería uno contenerse, a fin de sacrificar a un
conocimiento fundado todo lo que, en sí mismo, tiene un
gran atractivo. 16

EXAMEN DE LAS TESIS DEL PARTIDO LEIBNICIANO SOBRE LAS FUERZAS VIVAS 2

§ 20

En la memoria que Bilfinger ha presentado a la Academia 5
de San Petersburgo, encuentro una consideración que me
ha servido siempre de regla en la investigación de la ver-
dad. Cuando hombres inteligentes sostienen opiniones 7
mutuamente encontradas, sin que quepa la sospecha de
segundas intenciones en ninguna de las partes, es plausi-
ble en buena lógica centrar la atención preferentemente en
una tesis intermedia que dé en parte la razón a ambos par-
tidos.

§ 21

No sé si otras veces habré sido afortunado al pensar así, 15
pero espero serlo en la controversia de las fuerzas vivas.
Nunca se había dividido el mundo en ciertas opiniones 17
como en las que conciernen a la medida de las fuerzas de
los cuerpos en movimiento. Los partidos son, según todas 19
las apariencias, igualmente fuertes y razonables. Es cierto 20
que pueden mezclarse intenciones espurias, pero ¿qué
partido puede decirse que esté completamente libre de
ellas? Así pues, escojo el camino más seguro, siguiendo 22
una opinión que haga justicia a los dos grandes partidos. 23

§ 22

Estimación de las fuerzas de Leibniz y Descartes

Antes de *Leibniz,* el mundo no había profesado otra tesis 33,2
que la de *Descartes,* que daba la simple velocidad como
medida de la fuerza de los cuerpos, incluso de los que se

mueven realmente. A nadie se le ocurrió que fuera posible 6
ponerla en duda; pero Leibniz conmocionó repentinamente la razón humana con el anuncio de una nueva ley, que con el tiempo se ha convertido en una de las que han
provocado mayor polémica entre los estudiosos. Descartes 11
había estimado las fuerzas de los cuerpos en movimiento sencillamente por las velocidades; pero Leibniz estableció
como medida el cuadrado de su velocidad. No 13
propuso esta regla, como cabría pensar, bajo ciertas condiciones solamente, dejando algún lugar a la anterior, no; sino que rechazó, absolutamente y sin restricción, la ley de Descartes, y puso la suya en su lugar.

§ 23

Primer defecto de la medida leibniciana de las fuerzas

Propiamente hay dos puntos que encuentro censurables 19
en la regla de *Leibniz.* Uno, que trataré ahora, no comporta 20
consecuencias de importancia en el tema de las fuerzas vivas; pero no puede dejar de observarse, para no omitir en una tesis de tanta importancia nada que puede excusarle de cualquier reproche que quiera hacérsele.

Se ha enunciado siempre la medida *leibniciana* de las 26
fuerzas de esta forma: *Si se supone que un cuerpo tiene un movimiento real, su fuerza es proporcional al cuadrado de
su velocidad.* Por tanto, según esta tesis, el único rasgo 29
distintivo de esta medida de la fuerza es el movimiento
real. Sin embargo, un cuerpo puede moverse *realmente,* 30
aun cuando su fuerza no sea mayor que la que desarrollaría
con esta velocidad inicial meramente por la presión. Ya 33
he probado esto en el capítulo anterior, y lo repito de
nuevo. Una bola que empujo con toda suavidad sobre una 34
superficie lisa, cesa de moverse tan pronto como aparto la
mano. En consecuencia, en un movimiento así la fuerza 36
del cuerpo se disipa en cada instante, aunque con la misma frecuencia es restablecida por una nueva presión.
Así pues, en el momento en que el cuerpo tropieza con un 34,4
objeto, no le es inherente la fuerza del movimiento anterior, no, pues ésta ya ha desaparecido por completo; sólo posee la fuerza que la potencia impulsora le comunica
justo en el momento en que toca al objeto. Por tanto, 7
puede considerársele como si no se hubiese movido y pre-
sionase en reposo sobre el obstáculo. Por consiguiente, tal 9
cuerpo es semejante al que ejerce una *presión muerta,* y su fuerza no es proporcional al cuadrado de su velocidad,
sino a la velocidad a secas. Esta es pues la primera restric- 12
ción que pongo a la ley leibniciana. No hubiera debido in- 14
dicar como rasgo distintivo de la fuerza viva solamente el movimiento *real,* sino que era necesario añadir a la vez un
movimiento *libre.* Porque, si el movimiento no es libre, el 16
cuerpo no tiene nunca una fuerza viva. Tras esta puntuali- 17
zación la ley leibniciana, *que por lo demás es correcta,* habrá de aparecer de esta forma: *un cuerpo que se mueve real y libremente, tiene una fuerza proporcional al cuadrado, etc. etc.*

§ 24

¿Qué es un movimiento real?

Voy a hacer a continuación la segunda observación, que 23
nos revelará las fuentes de la desdichada polémica y que tal vez nos ofrezca también el único medio para enderezarla otra vez.

Los defensores de la nueva estimación de las fuerzas vi- 27
vas están de acuerdo con los cartesianos en que los cuerpos, al iniciar su movimiento, poseen una fuerza que es
proporcional a la simple velocidad. Pero, en su opinión, 30
tan pronto como el movimiento puede llamarse *real,* el cuerpo se mide por el cuadrado de la velocidad.

Vamos a indagar ahora qué sea propiamente un movi- 33
miento *real.* Pues esta palabra fue la causa del abandono 34
de *Descartes,* pero también puede llegar a ser el motivo de
la reconciliación. 36

Un movimiento se llama *real* no cuando se encuentra en 35,1
el punto inicial, sino cuando ha pasado un tiempo en su
transcurso. Este tiempo transcurrido, que se interpone en- 3
tre el inicio del movimiento y el momento en que el cuerpo actúa, es lo que propiamente hace que pueda denominarse *real* al movimiento.

Nótese bien, sin embargo, que este tiempo* no tiene una 7
magnitud fija y constante, sino que está completamente
indeterminado y puede ser precisado a voluntad. Esto sig- 9
nifica que puede suponerse tan pequeño como se quiera,
si hace falta indicar un movimiento *real.* Porque no es esta 11

* En la fórmula de la medida leibniciana de las fuerzas. 35,34

o aquella magnitud de tiempo la que propiamente hace *real* el movimiento, no; sino el tiempo en general, ya sea éste tan largo o corto como se quiera.

§ 25

Segundo defecto capital de la medida *leibniciana*

15 Según esto, el tiempo de movimiento transcurrido es la peculiaridad única y verdadera de la fuerza viva, y es lo único por lo que ésta no se mide como la fuerza muerta.

19 Representemos mediante la línea AB, cuyo comienzo está en A (Fig. 2), el tiempo que transcurre desde el principio del movimiento hasta que el cuerpo encuentra un ob-

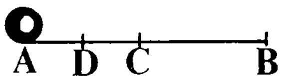

Figura 2

22 jeto sobre el que actúa. Así pues, el cuerpo tiene en B una fuerza viva; pero en el punto inicial A no, ya que allí presionaría a una resistencia que se le opusiera solamente con un empeño de movimiento. Concluyamos a continuación 25
del siguiente modo:

26 En primer lugar, el tiempo AB es una determinación del cuerpo que se encuentra en B por la que se da en él una fuerza viva; y el punto inicial A (si coloco el cuerpo en el mismo) es una determinación que fundamenta la fuerza muerta.

30 Segundo. Si supongo más pequeña la determinación expresada por la línea AB, acerco el cuerpo al punto inicial, y se puede comprender fácilmente que, si continúo este proceso, el cuerpo se encontraría al final casi en A mismo; por consiguiente, su acortamiento pone a la determinación AB cada vez más cerca de la determinación en A, pues si no se aproximase, el cuerpo no podría alcanzar nunca el punto A acortando el tiempo, aunque prosiguiera haciéndolo indefinidamente, lo cual es absurdo. Así pues, la determinación del cuerpo se aproxima más en 36,5
C que en B a las condiciones de la fuerza muerta; en D, más que en C, y así sucesivamente hasta tener en A mismo todas las condiciones de la fuerza muerta, habiendo desaparecido por completo las condiciones de las fuerzas vivas.

Pero si, en tercer lugar, ciertas determinaciones, que son la causa de una propiedad de un cuerpo, se transforman 10
poco a poco en otras determinaciones que fundamentan una propiedad opuesta, la propiedad que era consecuencia de la primera condición debe cambiar simultáneamente y transformarse poco a poco en la propiedad que es consecuencia de la última.* Ahora bien, cuando supongo 15
un acortamiento del tiempo AB (que condiciona la presencia de una fuerza viva en B), esta condición de la fuerza viva se acerca necesariamente más que en B a la condición de la fuerza muerta, y asimismo el cuerpo debe tener realmente en C una fuerza que se aproxima más a la muerta que la que tenía en B, y aún más si lo coloco en D. Según 21
esto, un cuerpo que posea una fuerza viva bajo la condición del tiempo transcurrido, no la tiene en un tiempo que sea tan corto como se quiera, sino que ha de ser preciso y determinado, de modo que si fuese menor ya no tendría esta fuerza viva. Por tanto, la ley leibniciana de estimación 25
de las fuerzas no puede verificarse, porque asigna sin discriminación una fuerza viva a los cuerpos que se han movido un cierto tiempo en general (lo que vale tanto como decir que *se mueven realmente*), pudiendo ser éste tan corto o largo como se quiera.** 29

§ 26

Demostración de lo mismo por el principio de continuidad

Lo que acabo de probar es una consecuencia muy precisa 37,2
del principio de *continuidad*, cuya vasta utilidad quizá no se ha conocido todavía suficientemente. *Leibniz*, su des- 5
cubridor, hizo de él la piedra de toque que la ley de *Descartes* no resistía. Considero que la mejor demostración de su 7
excelencia es que ofrece casi el único medio para descubrir adecuadamente y mostrar en su verdadera forma la ley más importante de toda la mecánica.

* Por la regla: *posita ratione ponitur rationatum.* **36,30**

** El resumen de esta demostración es como sigue. El tiempo que hay entre el comienzo del **36,31**
movimiento y el momento en que el cuerpo choca puede suponerse tan corto como se quiera, sin que por ello se entienda que se pierde la condición de fuerza viva (§ 24); pero puede entenderse que, si se prosigue este acortamiento, el cuerpo estará finalmente en el punto inicial, donde la fuerza viva se pierde realmente y se presenta la condición de fuerza muerta; por tanto, el abreviar el tiempo no es una razón que quite nada a la condición de la fuerza viva y, sin embargo, al mismo tiempo sí es una razón. **37,36**

Basta con fijarse en el modo y manera como ha utili- 11
zado Leibniz este principio contra Descartes, para perci-
bir fácilmente cómo debe emplearse aquí. Demuestra que 14
la regla que se cumple cuando un cuerpo choca con otro
que está en movimiento, debe cumplirse también al coli-
sionar con otro que está en reposo, pues el reposo no es di-
ferente de un movimiento muy lento. Lo que vale cuando 17
chocan entre sí cuerpos desiguales, también ha de valer si
los cuerpos son iguales, ya que una desigualdad muy pe-
queña puede ser equiparada a la igualdad.

De este modo infiero yo asimismo que lo que vale en ge- 21
neral cuando un cuerpo se ha movido durante un tiempo,
debe valer también en el inicio mismo del movimiento,
pues un lapso muy pequeño del movimiento no es dife-
rente del mero comienzo del mismo, o bien puede confun-
dirse con él. De lo cual colijo que si un cuerpo tiene una 25
fuerza viva cuando se ha movido durante un cierto tiempo
(tan corto como se quiera), también debe tenerla cuando
tan sólo comienza a moverse. Porque es indiferente que 28
justo empiece a moverse o que venga haciéndolo un
tiempo sumamente pequeño. Y de este modo concluyo 30
que, como de la estimación de las fuerzas por el principio
leibniciano se sigue el absurdo de que incluso en el mismo
punto inicial del movimiento la fuerza sería viva, no
puede serle aprobada. 33

Fácilmente se percibe cómo se pone en contra el enten- **38**,1
dimiento cuando se le presenta este principio con la clari-
dad conveniente. Es imposible persuadirse de que un 3
cuerpo que tiene una fuerza muerta en el punto *A*, tenga
que tener una viva, que es infinitamente mayor que la
muerta, al alejarse de dicho punto un trecho insignifi-
cante. Este salto mental es demasiado brusco; no hay nin- 6
gún camino que nos lleve de una determinación a otra.

§ 27

El tiempo de movimiento transcurrido, o sea, la *realidad* del movimiento, no es la verdadera condición por la que corresponde al cuerpo una fuerza viva

Préstese atención a lo que se sigue de esto. He probado an- 10, 11
tes que la fuerza viva no puede depender del tiempo trans-
currido, si se considera indeterminado, pero ni siquiera
considerándolo determinado y limitado a cierta magnitud
puede constituir la condición privativa de la fuerza viva,
y esto lo demuestro del siguiente modo.

En el supuesto de que pudiera probarse que un cuerpo 18
con una velocidad dada tendrá un fuerza viva al cabo de
un minuto, y que este minuto es la condición por la que le
corresponde esta fuerza; entonces, si la magnitud de este
tiempo se doblase, se doblaría en el cuerpo todo lo que an-
tes tomado sencillamente suponía ya una fuerza viva.
Pero la magnitud del primer minuto añade a la fuerza del 24
cuerpo una nueva dimensión *(per hypothesin);* por tanto,
la magnitud de dos minutos, como comprende las condi-
ciones de la primera multiplicadas por dos, añadirá a la
fuerza del cuerpo otra dimensión más. En consecuencia, 28
el cuerpo que prosigue su movimiento libremente tendrá
en el momento inicial del mismo una fuerza de una di-
mensión y, después de un minuto, una fuerza de dos di-
mensiones; pero en el segundo minuto, su fuerza tendrá
tres dimensiones; en el tercero, cuatro; en el cuarto, cinco,
y así sucesivamente. Esto significa que su fuerza en un 33
movimiento uniforme tan pronto tendrá como medida la
simple velocidad, como el cuadrado de la misma, el cubo,
la cuarta potencia, etc.; lo cual acarrea complicaciones ta-
les, que nadie se va a poner a defenderlo.

No se puede dudar de la corrección de estos argumen- **39**,3
tos. Porque si se pretende que un tiempo de una magnitud 4
delimitada, transcurrido desde el comienzo del movi-
miento de un cuerpo hasta un punto determinado, con-
tiene todas las condiciones de la fuerza viva, no puede ne-
garse tampoco que en un tiempo dos veces mayor se da-
rían también dos veces las mismas condiciones, puesto
que el tiempo no tiene otras determinaciones que su mag-
nitud. Y si un tiempo simple es razón suficiente para in- 9
troducir una nueva dimensión en la fuerza de un cuerpo,
un tiempo doble establecerá dos dimensiones semejantes
(de acuerdo con la regla: *rationata sunt in proportione ra-
tionum suarum*). Se puede agregar aún que el tiempo 13
puede condicionar la fuerza viva únicamente porque el
cuerpo se aparta en su transcurso de la condición de la
fuerza muerta presente en el momento inicial; y este
tiempo tiene que tener una magnitud delimitada porque
en menos tiempo no se habría apartado de las determina-
ciones de la fuerza muerta tanto como requiere la magni-
tud de una fuerza viva. Ahora bien, como en un tiempo 20
mayor continúa alejándose progresivamente del instante
inicial, esto es, de la condición de la fuerza muerta, la

fuerza del cuerpo tendría que adquirir indefinidamente
más y más dimensiones en tanto se mueva, aunque sea
con velocidad uniforme; lo cual es absurdo.
Por tanto, en primer lugar, la ausencia de movimiento 26
*real no es la condición propia y verdadera que otorgue a la
fuerza de un cuerpo la estimación por la simple velo-
cidad.*
Segundo: Ni la realidad del movimiento en general y la 30
*consideración génerica e indeterminada del tiempo trans-
currido asociada a ella, ni la magnitud determinada y de-
limitada del tiempo, es una razón suficiente de la fuerza
viva y de su estimación por el cuadrado de la velocidad.* 35

§ 28

Las matemáticas no pueden demostrar las fuerzas vivas

Vamos a sacar dos consecuencias importantes de esta con- 40,2
sideración.
La primera es que la matemática no puede brindar 4
nunca una demostración en favor de las fuerzas vivas, y
que una fuerza estimada de este modo, en el caso de que se
dé, está fuera al menos del ámbito de la consideración ma-
temática. Todos saben que, si se quiere estimar en esta 8
ciencia la fuerza de un cuerpo que se mueve con una deter-
minada velocidad, no se está constreñido a ningún mo-
mento preciso del tiempo de movimiento transcurrido,
sino que a este respecto todo es indiferente e indetermi- 13
nado. Por consiguiente, la estimación de la fuerza de los
cuerpos móviles ofrecida por la matemática es de tal ín-
dole, que se extiende a todos los movimientos en general,
pudiendo ser el tiempo que ha transcurrido del mismo tan
pequeño como se quiera, sin ponernos en esto absoluta-
mente ninguna limitación. Pero una estimación de esta 17
clase se extiende también al movimiento incipiente de los
cuerpos (§§ 25–26), que es muerto y se mide por la simple
velocidad. Y puesto que no pueden ser comprendidas las 20
fuerzas vivas y muertas a la vez en la misma estimación, se
ve fácilmente que las primeras están excluidas de la consi-
deración matemática.
Además, la matemática no considera en el movimiento 24
de un cuerpo nada más que la velocidad, la masa y, en el
caso de que se quiera tenerlo en cuenta, el tiempo. La velo-
cidad nunca es una razón de la fuerza viva, pues aunque el 26

cuerpo la poseyese después de todo, de acuerdo con la opi-
nión de los leibnicianos, no la podría tener en todos los
instantes de su movimiento, sino que habría un tiempo,
tras el comienzo del mismo, en que no la tendría, aun
cuando ya estuviese presente en él toda la velocidad (§§
25–26). La masa lo es aún menos. Por último, hemos pro- 32, 33
bado también lo mismo del tiempo. Por tanto, nada hay 34
en el movimiento de un cuerpo cualquiera, tomado sepa-
radamente, que indique en una ponderación matemática
la presencia de una fuerza viva. Ahora bien, como todos 36
los argumentos sobre lo que hace un cuerpo en movi-
miento deben deducirse a partir de las nociones compren-
didas en la consideración de la velocidad, la masa y el
tiempo, los mismos no ofrecerán, si están formulados co-
rrectamente, ninguna conclusión que establezca las fuer-
zas vivas. Y si parecen prestar este servicio, desconfíese de 41,4
esta apariencia, porque entonces habría más contenido en
las conclusiones que el comprendido en los principios,
esto es, lo *rationatum* sería más amplio que su *ratio.*
Después de los esfuerzos tan grandes y reiterados he- 9
chos por los geómetras de estos dos siglos para resolver
mediante las matemáticas la polémica de *Descartes* y
Leibniz, parece muy raro que empiece yo ahora a negar su
solución a esta ciencia. Se ha discutido de un tiempo acá 13
sobre si esta ciencia favorece la ley de Descartes o si apoya
el partido de Leibniz. Pero en esta discrepancia todos con- 15
cuerdan en que hay que acudir al dictamen de las matemá-
ticas para resolver correctamente la polémica sobre la esti-
mación de las fuerzas. Es bastante extraño que tan gran- 18
des lógicos hubieran de incurrir en tales extravíos, sin per-
cibir, o siquiera sin pensar, si es éste el camino que puede
conducir a la consecución de la verdad perseguida. Pero 22
me parece que tengo razones que me obligan a no hacer
caso de todo lo extraordinario, y además ¿hacia dónde de-
bería inclinarme de acuerdo con su dictamen?

La matemática confirma por naturaleza la ley de Descartes

La segunda consecuencia que extraigo de las considera- 25
ciones precedentes, es que *los principios de la matemá-
tica, en lugar de favorecer las fuerzas vivas, confirman
más bien la ley de Descartes.* Esto tiene que estar claro ya 29
por lo afirmado en este §, y todavía puedo añadir que las
magnitudes matemáticas, las líneas, superficies, etc., tie-
nen propiedades idénticas ya sean tan grandes o tan pe-

queñas como se quiera; y por ello se tienen que poder de-
ducir las mismas propiedades y conclusiones de las mag-
nitudes matemáticas más pequeñas, del paralelogramo
más pequeño, de la caída de un cuerpo a través de la línea
más pequeña, que de las mayores magnitudes de todos es-
tos géneros. Ahora bien, si una línea que representa un 37
movimiento tal como es inmediatamente después del co-
mienzo, tiene las mismas determinaciones y propiedades,
y también las mismas consecuencias, que la línea que re-
presenta un movimiento mucho después del comienzo,
entonces la fuerza que se infiere al considerar matemáti-
camente el movimiento de un cuerpo, no tendrá nunca
otras propiedades que las de la que está presente en el
cuerpo en el tiempo mínimo, esto es, en un tiempo infini-
tamente pequeño desde el momento inicial. Dado que ésta **42**,8
es una fuerza muerta y se mide por la simple velocidad, to-
dos y cada uno de los movimientos, considerados mate-
máticamente, evidenciarán única y exclusivamente la esti-
mación basada en la mera velocidad.

§ 29

Sabemos según esto, aún antes de aventurarnos en una in- 13
vestigación más detallada del asunto, que los seguidores
de *Leibniz*, como quieren defenderse con tales armas, que
son extrañas a la naturaleza del tema, sucumbirán en la
desdichada polémica contra *Descartes*. Después de esta 17
consideración general, vamos a ponderar en especial las
demostraciones principalmente utilizadas por el partido
leibniciano en esta controversia.

Leibniz formó su opinión a través de lo que se percibe 20
en la caída de los cuerpos por la gravedad. Pero un princi- 22
pio cartesiano incorrectamente aplicado fue lo que le con-
dujo a un error, que con el tiempo ha llegado tal vez a ser
el más llamativo que se ha introducido nunca en la razón
humana. Estableció, en efecto, la siguiente tesis: hace falta 25
la misma fuerza para subir un cuerpo de cuatro libras de
peso a una altura de un pie, que para subir a cuatro pies
otro de una libra.

§ 30

Tesis que sugirió inicialmente a *Leibniz* las fuerzas vivas

Dado que se remitió al consenso de todos los mecánicos 30
de su tiempo, me parece que ha deducido esta tesis de una
regla de *Descartes*, de la que éste se valió para explicar la
naturaleza de la palanca. Descartes suponía que los pesos 33
que penden de una palanca recorren los espacios infinita-
mente pequeños que pueden ser descritos en su aleja-
miento del punto de reposo. Ahora bien, dos cuerpos es- **43**,1
tán en equilibrio cuando estos espacios son inversamente
proporcionales a los pesos de los cuerpos; y así, concluyó
Leibniz, no se requiere más fuerza para elevar un cuerpo
de una libra a una altura cuádruple, que otro de masa cua-
tro a una altura simple. Se comprueba fácilmente que esta 6
conclusión sólo se sigue del principio de Descartes
cuando los movimientos se realizan en tiempos iguales.
Porque en la balanza los pesos recorrerían sus espacios in- 8
finitesimales en tiempos mutuamente iguales. Leibniz no
tuvo en cuenta esta condición, y lo aplicó también al mo- 10
vimiento realizado en tiempos que no son iguales entre sí.

§ 31

Demostración de *Hermann* de que las fuerzas son proporcionales a las alturas que por sí mismas pueden alcanzar

Los defensores de este hombre parecen haberse percatado 14
de la objeción que podría hacérseles a propósito del
tiempo. Por eso han tratado de disponer sus demostracio- 16
nes de modo que no haya que tener en cuenta para nada la
diferencia de tiempo en la fuerza que los cuerpos alcanzan
al caer.

Sea el resorte infinito *AB* (Fig. 3.) que representa la gra- 20
vedad que persigue al cuerpo durante la caída de *A* a *B*; de

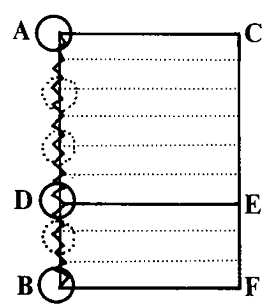

Figura 3

este modo, dice *Hermann,* la gravedad comunicará al
cuerpo un presión igual en cada punto del espacio. Repre- 23
senta estas presiones mediante las líneas *AC, DE, BF,* etc.,
que en conjunto forman el *Rectangulum AF.* Así pues, en 25
su opinión, el cuerpo, una vez alcanzado el punto *B,* tiene
una fuerza igual a la suma de todas esas presiones, o sea,
al *Rectangulo AF.* Por tanto, la fuerza en *D* es a la fuerza 27
en *B,* como el *Rectangulum AE* al *Rectangulo AF,* esto es,
como el espacio recorrido *AD* al espacio *AB,* y por consi-
guiente, como los cuadrados de las velocidades en *D* y *B.*

Hermann concluye afirmando que la acción que la gra- 31
vedad ejerce en un cuerpo que cae libremente se rige por el
espacio atravesado en la caída.

Los cartesianos afirman, por el contrario, que la acción 34
de la gravedad no es proporcional a los espacios recorri-
dos en el movimiento retardado, sino a los tiempos en que
el cuerpo cae o se eleva. Voy a ofrecer a continuación una **44,2**
demostración que dejará fuera de dudas la opinión de los
cartesianos y mostrará al mismo tiempo cuál es el fallo de
la aparente demostración de Hermann.

§ 32

Demostración que refuta el caso de Hermann

Es necesaria la misma fuerza para comprimir durante un 7
segundo sólo uno de los cinco resortes igualmente tirantes
(Fig. 4.) *A, B, C, D, E,* que para comprimir paulatina-
mente los cinco durante el mismo tiempo. Porque, divi- 10

Figura 4

diendo en cinco partes iguales el segundo, o sea, el tiempo
durante el cual *M* mantiene comprimido el resorte *A,* si se
supone que *M,* en vez de presionar el resorte *A* durante es-
tas cinco partes del segundo, lo presiona sólo durante la
primera parte del segundo, y en la segunda sustituye el re-
sorte *A* por otro, el *B,* que tiene el mismo grado de tensión;
con esta sustitución no se producirá ninguna diferencia en
la fuerza que *M* precisa para presionar. Porque los resortes 18
B y *A* son en todo perfectamente iguales, y por tanto es lo
mismo que en la segunda parte del segundo sea presio-
nado aún el mismo resorte *A,* o el *B.* Del mismo modo, es 21
equivalente que *M* apriete en la tercera parte del segundo
el tercer resorte *C,* o que presione todavía en ese lapso el
anterior, *B;* ya que se puede poner un resorte en lugar del
otro, porque no son diferentes. Por tanto, el cuerpo *M* em- 24
plea tanta fuerza para mantener comprimido durante
todo un segundo un resorte único *A,* como la que necesita
para apretar paulatinamente durante el mismo tiempo
cinco resortes semejantes. Puede decirse lo propio, in- 27
cluso aumentando indefinidamente la cantidad de resor-
tes, sólo con tal de que sea idéntico el tiempo de presión.
Así pues, la fuerza del cuerpo que los aprieta a todos no se 29
mide por la cantidad de resortes oprimidos, sino que la
medida cabal es el tiempo de la presión.

Si suponemos ahora la comparación que propone *Her-* 33
mann entre la acción del resorte y la presión de la grave-
dad, encontraremos que la acción global del cuerpo debe
estimarse por el tiempo que la fuerza del cuerpo puede re-
sistir la gravedad y no por el espacio recorrido.

Este es, según creo, el primer ensayo que confirma lo **45,4**
que he dicho antes, a saber, la superioridad de la opinión
de *Descartes* sobre la ley de *Leibniz* en las demostraciones
matemáticas.

§ 33

Fallo de los cartesianos en la afirmación de la misma cosa

En la polémica de los *cartesianos* contra los defensores de 9
las fuerzas vivas, que la *Marquesa de Châtelet* ha expuesto
con mucha elocuencia, encuentro que aquéllos se han ser-
vido también de la diferencia de tiempo para desvirtuar
los argumentos de los *leibnicianos* de la caída de los cuer-
pos. Pero, por lo que se refiere al escrito del Sr. *Mairan* 14
contra la nueva estimación de la fuerza, veo que le pasó
desapercibida la verdadera ventaja que habría podido sa-
car de la diferencia de tiempo, y que creo haber mostrado
en el § precedente, la cual, por cierto, es tan simple y evi-

dente que uno tiene que maravillarse de cómo le ha sido
posible no percibirla con semejante ingenio.
Es ciertamente extraño cómo se han extraviado estos 22
hombres mientras andaban detrás de una ley natural verdadera, a saber, que la fuerza que la gravedad resta a un
cuerpo es proporcional al tiempo y no al espacio. Después 25
de haber llegado tan lejos como para reconocer a los leibnicianos que un cuerpo puede desarrollar una acción cuádruple con una velocidad doble, después, digo, de haber perjudicado así su causa, necesitan salvarse con un subterfugio tan dudoso como decir que el cuerpo desarrolla ciertamente una acción cuádruple, pero sólo en un tiempo
doble. Por ello insisten muy seriamente en que hay que es- 30
timar las fuerzas de dos cuerpos por las acciones que ejercen en tiempos iguales, y que no hay que fijarse en absoluto en lo que pueda ejecutar en tiempos desiguales. Se ha 34
acudido con toda claridad a este subterfugio, y no comprendo cómo ha sido posible ir tan lejos contra toda evi-
dencia. 37
Sin embargo, aquí vemos también que propiamente 46,1
sólo los malos argumentos de los cartesianos son los que han hecho posible triunfar al partido leibniciano, y que no pierden en absoluto la disputa por debilidad de su causa.
Siempre mantendrían la superioridad si quisieran empu- 4
ñar las armas adecuadas que les brinda la naturaleza del tema.

§ 34

Resolución de una duda de *Lichtscheid*

He probado que los efectos que produce la gravedad y la 8
resistencia que opone a la ascensión son proporcionales al
tiempo que permanecen los cuerpos en movimiento. Pero 11
recuerdo un caso que aparentemente tal vez baste para ha-
cer dudosa a algunos esta tesis. *Lichtscheid* observa en las 13
Actis Erudit. que si se deja caer un péndulo desde (Fig. 5.) *D* de tal modo que el hilo tropiece con el apoyo *E,* con lo que describe un círculo más pequeño al volver a subir de *B* a *C;* alcanza de nuevo, no obstante, gracias a la velocidad obtenida en *B,* la altura *CF,* que es igual a la altura *DG* de
la que ha caído. Pero el tiempo empleado por el péndulo al 19
caer a lo largo del arco *DB* es mayor que el tiempo en que
vuelve a subir hasta *C.* Por tanto, la gravedad ha actuado 21

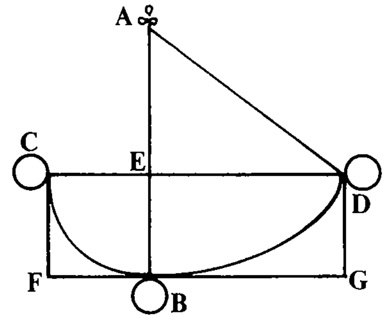

Figura 5

sobre el péndulo más tiempo allí que aquí. Si es cierto lo 22
que antes he probado, que la gravedad produce un efecto mayor en más tiempo, habría que pensar ahora que el cuerpo ha tenido que alcanzar en *B* una velocidad mayor que la que la gravedad está en condiciones de sustraerle en
el movimiento de *B* a *C.* En consecuencia, en virtud de esta 26
velocidad, debería ser capaz de oscilar por encima del punto *C,* lo cual sin embargo es falso según las demostraciones de Lichtscheid.
Pero si se piensa que el hilo *AB* se opone con mayor in- 30
tensidad al cuerpo y estorba más su caída gravitatoria al moverse de *D* a *B,* que el hilo *EB* o *EC* en la caída de *C* a *B,* puede comprenderse fácilmente que el elemento de fuerza que se suma y acumula en el cuerpo en todos los instantes de la bajada de *D* a *B,* será más pequeño que la fuerza elemental que la gravedad aporta en contrapartida al cuerpo
C en cada instante cuando cae de *C* a *B.* Porque, como es 47,3
lo mismo que un cuerpo pendiente de un hilo esté forzado por la sujección *A* a describir el arco de círculo *DB* o *CB,* o que ruede libremente sobre una superficie igualmente curvada *BD CB,* puede imaginarse como si ocurriese realmente la caída de que hablamos por dos superficies cón-
cavas y unidas entre sí. En este caso, la superficie *DB* está 8
más inclinada respecto a la horizontal que la otra, *CB,* con lo que en aquélla el cuerpo está expuesto más tiempo al impulso de la gravedad que en ésta; pero también estorba la superficie una mayor parte de la gravedad que trata de atraer al cuerpo que la otra, *CB.*
Hubiera podido estar dispensado de solucionar esta ob- 14
jeción, porque los partidarios de Leibniz parecen haber percibido su debilidad, ya que no encuentro que la hayan

utilizado en parte alguna. Pero Leibniz, al que Lichtscheid había escogido como juez de su trabajo, le otorgó un elogioso aplauso, y es su parecer lo que pudo darle algún peso. 17

§ 35

Antes de abandonar la materia de la *caída de los cuerpos por su gravedad,* quiero proponer aún a los defensores de las fuerzas vivas un caso que me parece debe demostrar suficientemente que la consideración del tiempo no puede en modo alguno ser excluida de la estimación de la fuerza que origina la gravedad en un cuerpo, como Leibniz y sus defensores nos han querido persuadir hasta ahora. 22

§ 36

Nuevo caso que demuestra que hay que tener en cuenta necesariamente el tiempo en la estimación de la fuerza que origina la gravedad

El caso es el siguiente: represento con un número infinito 30
de resortes (Fig. 6) *AB, CD, EF, GH, ...* las presiones gravitatorias comunicadas a un cuerpo desde la altura *ab* hasta la horizontal *bc,* según la forma usual en los *cartesianos* y *leibnicianos.* A continuación pongo un cuerpo *m* 48,2
sobre el plano inclinado *ac,* y dejo caer libremente otro, *l,*
desde *a* hasta *b.* ¿Cómo estimarán los leibnicianos la 4
fuerza del cuerpo *m* que se precipita por el plano incli-

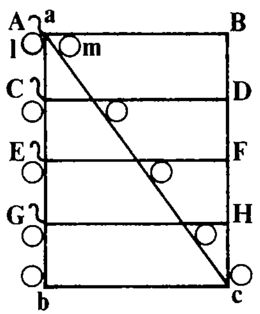

Figura 6

nado *ac* presionado por los resortes, al finalizar esta caída oblicua en *c?* No pueden dar otra medida que el producto del número de resortes que empujan al cuerpo desde *a* hasta *c,* por la fuerza que le imprime cada resorte en la dirección *ac,* ya que su teoría así lo requiere, como hemos

visto en el caso de *Hermann* (§ 31). Y del mismo modo se 12
verán obligados a estimar también la fuerza que se encuentra en el otro cuerpo, *l,* que cae libremente de *a* a *b,* a través del *Factum* del número de resortes que le han impulsado por la intensidad con que cada uno le ha impelido.
Pero como el número de resortes es igual en ambos casos, 15
tanto en el del plano inclinado *ac,* como en el de la altura vertical *ab,* sólo resta como verdadera medida de las fuerzas alcanzadas por los cuerpos *l* y *m* en *b* y *c,* el vigor de la fuerza que cada resorte imprime en los cuerpos en ambos
casos. Este vigor con que presiona cada resorte al cuerpo 20
m en la dirección del plano inclinado *ac* es a la intensidad de la presión de estos mismos resortes sobre el cuerpo *l* en la dirección de su movimiento *ab,* como *ab* a *ac,* tal como nos enseñan los principios fundamentales de la mecánica.
Por tanto, la fuerza que el cuerpo *l* tiene al término de su 24
caída perpendicular en *b* será a la fuerza que *m* tiene en *c* al final de su caída oblicua, como *ac* es a *ab,* lo cual es absurdo, ya que ambos cuerpos tienen en *b* y *c* velocidades iguales y, por tanto, fuerzas iguales también.

Los cartesianos escapan a esta objeción al introducir el 29
tiempo. Porque, aunque cada resorte produce menos 30
fuerza en el cuerpo *m* sobre el plano inclinado *ac* (debido a que una parte se consume por la resistencia del plano), no obstante estos resortes actúan sobre el cuerpo *m* mucho más tiempo que sobre el cuerpo *l,* que está expuesto un tiempo mucho más corto a su presión.

§ 37

Una vez que he probado que la consideración de los cuer- 36
pos que caen por la gravedad no es en modo alguno ventajosa para las fuerzas vivas, es el momento de ponderar otro género de demostraciones hacia el que siempre han
sido propensos los defensores de las fuerzas vivas. Es el 49,3
que parece brindarles la teoría del movimiento de los cuerpos elásticos.

§ 38

En la discrepancia que ha ocasionado la estimación leib- 7
niciana de las fuerzas se han producido entre los geóme-
tras tantas obcecaciones y extravíos como apenas cabría
sospechar en tan grandes lógicos. Las noticias que se con- 10
servan de todas las incidencias de esta desdichada polé-
mica, ocuparán algún día un puesto muy aleccionador en
la historia del entendimiento humano. No hay mejor con- 13
sideración para vencer la presunción de los que tanto en-
salzan la corrección de nuestros razonamientos que tales
perversiones, a las que no han podido escapar los más
agudos geómetras en una investigación que hubiera te-
nido que procurarles evidencia y convicción antes que a
otros.

Hubiera sido imposible llegar a semejantes extravíos de 19
haber querido los leibnicianos tomarse la molestia de po-
ner atención en la construcción de las demostraciones que
ahora tienen por argumento irrefutable de las fuerzas
vivas.

§ 39

Compendio de todas las demostraciones extraídas del movimiento de los cuerpos elásticos

Casi todas las demostraciones, o al menos las más llamati- 25
vas, que se han tomado del *movimiento de los cuerpos
elásticos al chocar* en favor de las fuerzas vivas, han sur-
gido del modo que sigue. Se ha comparado la fuerza inhe- 28
rente a ellos una vez producido el choque con la fuerza an-
tes del choque. Se ha encontrado mayor aquélla que ésta 30
cuando ha sido estimada por el producto de la masa por la
velocidad; en cambio, sólo se dio una igualdad perfecta
cuando se puso en lugar de la simple velocidad el cua-
drado de la misma. De esto han deducido los leibnicianos 34
que un cuerpo elástico nunca sería capaz de producir en el
que choca tanto movimiento como sucede realmente, si su
fuerza sólo fuese proporcional a la velocidad, pues de
acuerdo con esta medida la causa es siempre menor que el
efecto producido.

§ 40

Los leibnicianos contradicen sus argumentos con sus propias teorías mecánicas

Las tesis de los mismos que han mantenido este argu- **50**,5
mento están en abierta contradicción con esta conclusión.
No quiero mencionar los descubrimientos mecánicos de 7
Wren, Wallis, Huygens y otros. Mi fiador será el barón y 8
consejero *Wolff.* Véase su mecánica, que está en manos de 10
todos, y allí se encontrarán demostraciones que no dejan
ninguna duda de que los cuerpos elásticos comunican to-
dos los movimientos a otros cuerpos, en completa confor-
midad con la ley de la *igualdad de causas y efectos,* sin que
haya necesidad de suponer en ellos otra fuerza que la mera
velocidad. Además, puedo añadir aún que es posible no 16
conocer en absoluto ni de nombre las fuerzas vivas, sin
que esto haya de ser en lo más mínimo impedimento para
conocer que por la fuerza de un cuerpo elástico al chocar
con otro igual resultan los mismos movimientos que
afluyen. Después de una demostración geométrica en que 20
se ha encontrado sufiente la fuerza estimada por la simple
velocidad para traspasar cierta cantidad de movimiento a
otro cuerpo, ¿no es extraño, tras una demostración seme-
jante, llegar a pensar que aquella fuerza no es todavía su-
ficientemente grande para ello? ¿No significa esto des- 26
mentir todo lo que antes ha sido probado con todo rigor, y
sólo por una apariencia mínima en contra? Unicamente 28
pido, a quienes lean estas páginas, confrontar la mecánica
citada; no podrán menos que convencerse del todo de que
no tienen absolutamente ninguna necesidad de la estima-
ción por el cuadrado, para encontrar con todo rigor las
consecuencias y movimientos que se suele asignar a los
cuerpos elásticos. No vamos a apartarnos de esta senda 33
por ninguna seducción. Porque siempre será verdad lo 35
que se ha demostrado geométricamente. 36

§ 41

El caso de *Hermann* sobre el choque de tres cuerpos elásticos

Vamos a probar en un caso especial lo que hemos demos- **51**,2
trado en general. *Hermann,* en la memoria que ha elabo- 3
rado en defensa de las fuerzas vivas, hace chocar sobre
una superficie perfectamente lisa un cuerpo (Fig. 7.) *A,* de
masa 1 y velocidad 2, con una bola *B,* en reposo y de masa
3; pero luego, al rebotar *A* en la bola *B* y retornar con un

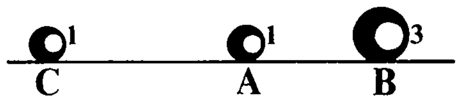

Figura 7

determinado grado de velocidad, con la bola *C*, de masa 1.
La bola *A* comunicará a la *B* un grado de velocidad y otro 10
al cuerpo *C*, y luego se quedará en reposo. Hermann de- 12
duce de ello que si las fuerzas fuesen solamente como las
velocidades, *A* tendría antes del choque una fuerza como
2, pero tras el choque se encontraría una fuerza cuádruple
en el conjunto de los cuerpos *B* y C. Lo cual parece ab-
surdo.

Vamos a examinar cómo puede producir el cuerpo *A*, 17
con una fuerza igual a 2, una fuerza cuádruple en los cuer-
pos *B* y *C*, no pudiéndose dar un milagro y sin que sea ne-
cesario pedir socorro a las fuerzas vivas. Represéntese con 20
el resorte (Fig. 8.) *AD* la fuerza elástica del cuerpo *A* que
se activa en el choque, y con el resorte *DB* la elasticidad de
la bola *B*. Por los principios fundamentales de la mecá- 22

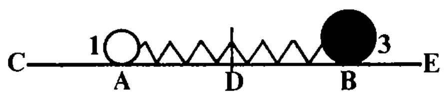

Figura 8

nica sabemos que el cuerpo *A*, por medio del resorte,
transmite constantemente nuevas presiones y fuerzas a la
bola *B*, hasta que *B* y *A* se mueven con las mismas veloci-
dades, cosa que ocurre cuando la velocidad de estos cuer-
pos es a la velocidad de la bola *A* antes de la colisión,
como la masa de *A* a la suma de las masas *A* y *B*; o sea, en
este caso, cuando se mueve con velocidad ½ en dirección 30
BE. Nadie niega que todavía aquí la acción es proporcio-
nal a la fuerza estimada por la simple velocidad. Pero exa- 32
minemos qué sucede luego con los resortes *AD* y *DB*, al
actuar *A* a través de ellos sobre la bola *B*. Como el resorte 34
AD tiene que ejercer en el punto *D* sobre el resorte *DB* la
misma fuerza que éste imprime en el cuerpo *B*, *mientras
que la bola B* reacciona con la misma intensidad contra la
acción que en ella se produce, está claro que el resorte *DB*
será comprimido por el esfuerzo del otro resorte con el
mismo grado de fuerza que transmite a la bola *B*. Igual- 52,6
mente la bola *A* apretará su resorte *AD* en el mismo grado

con que éste actúa en el punto *D* sobre el resorte *DB*, por-
que este resorte oprime el resorte *AD* tan vigorosamente
como éste actúa contra aquél, por tanto, también tan vi-
gorosamente como la bola *A* trata de apretar su resorte.
Ahora bien, la fuerza con que es apretado el resorte *DB* es 10
igual a la resistencia de la bola *B*, por consiguiente, tam-
bién a la fuerza que recibe esta bola; pero la fuerza de
compresión del resorte *AD* también es igual a aquélla; por
tanto, ambas son tan grandes como la fuerza que ha ad-
quirido con ello el cuerpo *B*, o sea, con la que se mueve con
una masa 3 y ½ grado de velocidad. Cuando los dos resor- 16
tes se recuperan, el resorte *DB* da a la bola *B* una velocidad
igual a la que tenía antes de la recuperación, o sea ½; y el
resorte *AD* comunica al cuerpo *B* una velocidad tres veces
mayor, a saber, 1 + ½ grados, porque tiene tres veces me-
nos masa que *B*; pues, si las fuerzas son iguales, las veloci-
dades están en proporción inversa de las masas *per hypo-
thesin*. Por lo tanto, la bola *B* tiene en total, por la colisión 22
del cuerpo *A* y luego también por la recuperación de su re-
sorte, un grado de velocidad en la dirección *BE*. Pero la 24
bola *A*, como la velocidad ½ que le quedaba en la direc-
ción *AE* tras el choque tiene que ser deducida de la que la
recuperación del resorte le imprime en la dirección *AC*, re-
cibe también un grado de velocidad, con el que avanza en
la dirección *AC*,* lo cual es precisamente el caso que Her-
mann ha considerado imposible de explicar según la ley
cartesiana.

Infiero de esto que el cuerpo *A*, con 2 grados de veloci- 32
dad y también con 2 grados de fuerza, puede ejecutar per-
fectamente el efecto que Hermann le ha querido negar; y
se viola el principio de la *igualdad de causas y efectos*, si se
afirma que ha tenido 4 grados de fuerza, y sin embargo
sólo ha ejecutado lo que puede ejecutar con 2.

§ 42

Motivo del error del razonamiento de *Hermann*

Vamos a buscar aún el punto flaco del razonamiento de 53,6
Hermann, que además se da casi siempre que se ha que-
rido utilizar los cuerpos elásticos a propósito de las fuer-
zas vivas. Se ha argumentado así: las fuerzas de los cuer- 10

* No incluyo al cuerpo *C*, porque, como su velocidad y masa no se diferencian en nada de la 52,34
masa y velocidad de la bola *B*, Hermann lo pone sin necesidad en lugar del cuerpo *B*. 37

pos tienen que ser iguales antes y después del choque, ya
que los efectos son tan grandes como las causas que se han
consumido en su producción. De ello infiero que han con- 13
siderado que el estado y la magnitud de la fuerza, una vez
producido el choque, única y exclusivamente son efecto de
la fuerza que se encontraba antes de la colisión en el
cuerpo sobreviniente. Este es el paso en falso, cuyas conse- 16
cuencias hemos visto. Porque los movimientos que pro- 17
piamente y de un modo completo resultan de la fuerza del
cuerpo sobreviniente *A,* sólo sirven para que *A* y *B,*
cuando el resorte estaba comprimido, avanzasen ambos
con velocidad ½; la compresión del resorte no era tanto
un efecto especial de la fuerza con que *A* empujaba a *B,*
como una consecuencia de la fuerza de inercia de ambos
cuerpos. Porque *B* no podría obtener la fuerza 1 + ½ sin 23
reaccionar con el mismo vigor contra el resorte compri-
mente *DB,* y el resorte *AD* no podría transmitir fuerza al-
guna a *B,* sin que el equilibrio de presión y contrapresión
no hubiera tensado a la vez el resorte *BD.* Más aún, el 27
cuerpo *A* no podría presionar el resorte *DB* por medio de
su resorte *AD* sin resultar éste mismo apretado con un
grado igual de intensidad. No puede uno maravillarse de
que de este modo surjan dos fuerzas completamente nue- 30
vas en la naturaleza que antes no estaban presentes en *A.*
Realmente esto sucede siempre, incluso cuando un cuerpo 32
inelástico actúa sobre otro; sólo que en este caso las conse-
cuencias de esta nueva fuerza no se conservan como en los
cuerpos elásticos, sino que se pierden. Porque, en el mo- 54,1
mento en que *A* actúa con fuerza *x* sobre *B, B* no sólo re-
cibe esta fuerza en la dirección *BE,* sino que al mismo
tiempo reacciona con intensidad *x* contra *A.* Por tanto, 4
hay en la naturaleza, en primer lugar, 2 *x,* a saber, *x* por la
presión de la bola *A* sobre *B,* e igualmente *x* por la contra-
presión de la bola *B;* en segundo lugar, otra *x* por la fuerza
que pasa de *A* a *B* en la dirección *BE.* Las dos primeras po- 8
tencias se aplican en el choque de los cuerpos elásticos a
apretar dos resortes que luego, cuando se recuperan, co-
munican sus fuerzas a los cuerpos. Por ello los cuerpos
elásticos son las máquinas de la naturaleza que se aplican 11
a conservar toda la magnitud de la fuerza presente en la
naturaleza en el momento del choque; ya que de otra
forma se perdería una parte de las fuerzas que ha produ-
cido en el universo el *Conflictus* de los cuerpos.

En el momento en que chocan cuerpos inelásticos, hay en ejercicio más fuerza que la que había antes del choque

§ 43

En la solución del caso de *Hermann* no he dicho nada que 18
este filósofo hubiera podido ignorar como base de la de-
mostración, o que los mantenedores más representativos
de las fuerzas vivas intentaran negar en caso de tener que
explicarse por este motivo. Hermann tenía que saber nece- 22
sariamente que se puede deducir de la simple velocidad
los movimientos que se originan en el choque de los cuer-
pos elásticos, pues sin ello le hubiera sido imposible cono-
cer *a priori* que una bola de masa simple al chocar con
otra triple produce cuatro grados de fuerza con dos gra-
dos de velocidad. Digo que sin el tipo de solución que he- 27
mos dado no habría podido conocer él mismo este caso;
ya que todos saben que en una investigación mecánica, los
movimientos producidos por un cuerpo elástico al chocar
se encuentran buscando primero en particular lo que hace
sin su fuerza elástica, y agregando después la acción de la
elasticidad; pero determinando ambas cosas por lo que
puede hacer en proporción a su masa y su simple veloci-
dad. No se puede aducir, en el tipo de argumento llamado 35
ad hominem, nada de más peso contra Hermann y los
leibnicianos en general. Pues, o bien tienen que reconocer 55,1
que son falsas todas las demostraciones en que hasta
ahora habían estado de acuerdo para fundamentar los
movimientos que se producen en el choque de los cuerpos
elásticos, o bien tienen que confesar que un cuerpo de esta
clase, con una fuerza proporcional a la masa y a la simple
velocidad, ha producido los movimientos para los que
ellos creyeron que era preciso el cuadrado de la velocidad.

§ 44

La Señora de *Châtelet* no conoció esta solución

Estoy convencido, por la polémica de la *Marquesa de* 9
Châtelet con *Mairan,* de que no ha sido superfluo haber
dado ahora un desarrollo detallado del modo y manera en
que los cuerpos elásticos introducen en el universo, a tra-
vés del choque, una cantidad de movimiento mayor que la
que había antes del choque. Pues cuando Mairan dice: *la* 15
fuerza elástica es una verdadera máquina de la naturaleza,
etc. etc., de modo que, si se quiere considerar en especial
todos los efectos del choque de cuerpos elásticos, su-

*mando como positivo lo que dan en las dos direcciones
opuestas, no se debe imputar en modo alguno la nueva
fuerza que parece originarse por ello en la naturaleza, y
que se revela a través del choque, a la actividad del cuerpo
colisionante, como si solamente éste la introdujese en el
colisionado, sino a una fuente externa de fuerza, etc. etc.,
en una palabra, a una determinada causa física de la elas-
ticidad, aquella cuya actividad solamente es desencade-
nada por el choque y, por así decir, ha disparado los resor-
tes, etc. etc.* – Si Mairan dice esto, digo, la Marquesa de 27
Châtelet le responde así: *es inútil investigar, hasta que el
autor de esta opinión se haya tomado el trabajo de basar
en alguna demostración lo que ha querido sostener aquí.*
He tenido el honor de encargarme de este trabajo en lugar 31
de Mairan, y ésta es la justificación con que disculpo mi
prolijidad en esta materia. 34

§ 45

Objeción de *Jurin* sobre el choque de dos cuerpos inelásticos y desiguales

Todavía se ha hecho a los leibnicianos, a través de *Jurin* y 56,2
otros esta objeción: que dos cuerpos inelásticos que se en-
cuentran recíprocamente con velocidades que son inversa-
mente proporcionales a sus masas, se quedan en reposo
después del choque. Aquí hay, según la teoría de las fuer- 6
zas vivas, dos fuerzas que pueden hacerse tan distintas
como se quiera, y que no obstante se mantienen en equili-
brio.

Refutación de esta objeción de *Bernoulli,* a través de una comparación con la compresión de los resortes

En la física de la Señora *de Châtelet* encuentro una res- 10
puesta a esta objeción cuyo autor, por lo que infiero de la
referencia, es el célebre *Bernoulli.* Bernoulli no ha tenido 13
la suerte de encontrar una defensa de su opinión que fuese
digna de su nombre. Dice que los cuerpos inelásticos pro- 16
ducen recíprocamente, por la compresión de sus partes, el
mismo efecto que si apretasen un resorte interpuesto entre
ellos. Por ello supone un resorte *R* (Fig. 9.) que se dis- 19
tiende al mismo tiempo a ambos lados, empujando por
ambos lados cuerpos de masa desigual. Demuestra que las 21
velocidades comunicadas por este resorte a los cuerpos es-

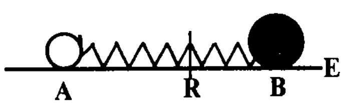

Figura 9

tán en proporción inversa a sus masas y que, por tanto, si
las bolas *A* y *B* retornasen con estas velocidades, pondrían
de nuevo el resorte en el estado de compresión primitivo.
Hasta aquí todo es correcto y perfectamente conforme 25
con las tesis de los cartesianos. Pero veamos cómo prosi- 27
gue su razonamiento. Las partes del resorte, al distenderse 28
mutuamente, se mueven en parte en dirección a *A,* y en
parte en dirección a *B,* pero el punto de separación está en
R, que divide el resorte en proporción inversa a las masas
A y *B.* Por tanto la parte *RB* del resorte *R* actúa sobre el 31
cuerpo *B,* cuya masa es 3; en cambio, la otra parte *RA* co-
munica su fuerza a la bola *A,* cuya masa es 1. Pero las fuer- 34
zas que se dan a estos cuerpos son proporcionales al nú-
mero de resortes que han aplicado su presión en ellos;
luego las fuerzas de las bolas *A* y *B* son distintas, aun
cuando sus velocidades sean inversamente proporcionales
a sus masas. Ahora bien, cuando el resorte *R* se haya esti- 57,3
rado por completo y los cuerpos vuelvan contra él con las
mismas velocidades que les ha transmitido al distenderse,
se ve fácilmente que uno detendrá al otro por medio de la
compresión del resorte. Pero sus fuerzas son diferentes; en 7
consecuencia, se conoce así cómo es posible que dos cuer-
pos con fuerzas desiguales pueden ponerse recíproca-
mente en reposo. El autor aplica esto al choque de los 9
cuerpos inelásticos.

§ 46

Refutación de las ideas de *Bernoulli*

No reconozco en este razonamiento a *Bernoulli,* quien so- 13
lía construir sus demostraciones con mucho mayor rigor.
Es indiscutiblemente cierto que el resorte que se expande 15
entre ellos tiene que transmitir la misma fuerza a cada uno
de los dos cuerpos *A* y *B.* Porque da a la bola *A* una fuerza 18
equivalente a la intensidad con que se endereza contra la
otra bola *B.* Si no se enderezase contra ningún apoyo, no 20
comunicaría fuerza alguna a la bola *A,* porque entonces
saltaría sin efecto alguno. Por ello este resorte no puede 22
endosar a *A* ninguna fuerza, sin imprimir por el otro lado
a la bola móvil *B* el mismo grado de potencia. Así pues, las 24
fuerzas de las bolas *A* y *B* son recíprocamente iguales y no,
como ha creído erróneamente Bernoulli, proporcionales a
las longitudes *AR* y *RB.*

Se ve fácilmente cómo ha surgido el error en el argu- 27
mento de Bernoulli. Su fuente es la tesis, en la que tanto 28
insiste el partido de Leibniz, de que la fuerza de un cuerpo
es proporcional al número de resortes que han actuado so-
bre él.* Ya la hemos refutado antes, y el caso de Bernoulli 31
confirma nuestras ideas. 32

§ 47

El pensamiento de *Bernoulli* confirma nuestra opinión

Puede percibirse, no sin satisfacción, qué admirablemente **58**,2
esta explicación, de la que se han querido servir en defensa
de las fuerzas vivas, más bien nos provee de armas para
abatirlas por completo. Pues si es cierto que el resorte *R* 5
comunica a los cuerpos de masas 1 y 3 fuerzas iguales
(§ 46) y luego que la velocidad de la bola de masa 1 es tri-
ple que la otra, como los leibnicianos mismos declaran,
entonces se derivan dos consecuencias que se oponen am-
bas diametralmente a las fuerzas vivas. Primero, que la 11
fuerza adquirida por un cuerpo por la presión de los re-
sortes no es proporcional al número de los resortes que le
han empujado, sino más bien al tiempo que actúan; se-
gundo, que un cuerpo que tiene una masa simple y una ve-
locidad triple, no tiene más fuerza que otro que posee una
masa tres veces mayor, pero sólo una velocidad simple.

§ 48

Defensa de las fuerzas vivas por la conservación constante de una misma cantidad de fuerza en el universo

Hasta ahora hemos visto cómo han utilizado los discípu- 19
los de Leibniz el choque de los cuerpos elásticos para de-
fender las fuerzas vivas. Sólo que la aplicación de las mis- 21
mas era meramente matemática. No obstante, han creído 22
hallar también en esta parte de la foronomía un funda-
mento metafísico en pro de su opinión. Su autor es el pro- 25
pio *Leibniz*, y su prestigio le ha otorgado un peso nada
despreciable.

Este aceptó gustosamente el principio *cartesiano* de 27
que en el universo se conserva siempre la misma cantidad
de fuerza, pero únicamente una fuerza cuya cantidad se
estime por el cuadrado de la velocidad. Mostró que la an- 30
tigua medida de la fuerza no cumplía esta bella regla. Por- 31
que, de aceptarla, la fuerza aumentaría o disminuiría in-
cesantemente en la naturaleza en cuanto variase la posi-
ción recíproca de los cuerpos. Leibniz creía que sería indi-
gno del poder y sabiduría de Dios que hubiese necesidad 33
de renovar sin descanso el movimiento que comunica a su
obra, como *Newton* se figuraba, y esto le movió a buscar
una ley con que pudiera remediarse esta dificultad.

* Por tanto, los cuerpos *A* y *B* tienen la misma fuerza, porque los resortes *RA* y *RB* han actuado sobre ellos el mismo tiempo, y porque las partes de estos resortes estaban igualmente apretadas. **57**,33 35

§ 49

Primera solución de esta objeción

Como hemos probado anteriormente que no puede haber **59**,4
lugar para las fuerzas vivas tal como sus defensores las
han utilizado, es decir, en sentido matemático, aquí se sal-
van el poder y la sabiduría divinos, ya incluso conside-
rando la completa imposibilidad del asunto. Siempre po- 9
dremos protegernos tras esta trinchera, en caso de no te-
ner éxito con ningún otro tipo de respuesta a esta obje-
ción. Pues aun cuando fuese necesario, de acuerdo con la 11
ley del movimiento que hemos mantenido, que el universo
llegase por fin a un caos completo, después de un agota-
miento progresivo de sus fuerzas, ni siquiera este cata-
clismo puede afectar al poder y sabiduría de Dios. Porque 15
nunca puede reprochársele que no haya establecido en el
universo una ley que nos haga saber que esto es absoluta-
mente imposible, y por tanto no puede tener lugar de nin-
gún modo.

§ 50

Segunda respuesta a la objeción mentada

Pero hay que tranquilizarse. Todavía no estamos obliga- 20
dos a acudir a un subterfugio tan desesperado. Esto signi- 20, 21
ficaría cortar el nudo, pero nosotros preferimos desatarlo.

Si los leibnicianos consideran indispensablemente ne- 24
cesario, para la conservación de la maquinaria del uni-
verso, que la fuerza de los cuerpos se someta a la estima-
ción por el cuadrado, podemos concederles esta pequeña
exigencia. Todo lo que hasta ahora he probado y pienso 27
todavía probar hasta la conclusión de este capítulo, sólo

trata de persuadirles de que ni en la naturaleza, ni en una
consideración abstracta, se dará una estimación de la
fuerza de los cuerpos por el cuadrado tal como hacen los
leibnicianos, a saber, matemáticamente considerada. Sin 32
embargo, no por eso he rechazado aún completamente las
fuerzas vivas. En el tercer capítulo de este tratado demos- 33
traré que realmente hay en la naturaleza fuerzas cuya me-
dida es el cuadrado de la velocidad; pero con la limitación
de que nunca se descubrirán del modo ensayado hasta
ahora, de que siempre se ocultarán a este género de consi-
deración (a saber, al matemático), y de que nada puede
dárnoslas a conocer más que alguna investigación metafí-
sica o un tipo especial de experiencias. Por tanto, no discu- **60,6**
timos aquí propiamente la cosa misma, sino el *modum co-
gnoscendi.*

Según eso, estamos de acuerdo con los leibnicianos en 8
lo principal, así que tal vez prodríamos llegar también a
estarlo en sus consecuencias.

§ 51

Origen del argumento leibniciano de la conservación de la misma cantidad de fuerza

Pero la objeción de *Leibniz* se basa en una presuposición 11
falsa, que de largo tiempo atrás ha transtornado la filoso-
fía. Se ha convertido en un principio de la física que todos 14
los movimientos en la naturaleza se originan por medio de
una materia que también posee un movimiento real, y
que, por lo tanto, el movimiento que se ha perdido en al-
guna parte del universo, no puede restablecerse más que
por medio de otro movimiento real, o bien de la acción in-
mediata de Dios. Esta tesis ha causado siempre muchas 20
molestias a quienes la han aceptado. Se han visto forzados 22
a fatigar su imaginación con torbellinos ideados artifi-
cialmente, a construir una hipótesis tras otra, y en lugar de
conducirnos finalmente a un plan del universo que sea lo
suficientemente simple y comprensible como para derivar
de él los complejos fenómenos de la naturaleza, nos con-
funden con infinitos movimientos extraños, que son mu-
cho más extraordinarios e incomprensibles que todo lo
que tenía que ser explicado por ellos.

Cómo se puede subsanar esta dificultad

Hasta donde yo sé, *Hamberger* ha ofrecido el primer 30
medio para subsanar este mal. Su idea es bella, porque es 31
simple y por tanto conforme a la naturaleza. Muestra 33

(aunque todavía de una forma muy imperfecta) cómo
puede recibir un cuerpo un movimiento real a través de
una materia que sin embargo está en reposo. Esto evita los 35
incontables extravíos y a menudo los portentos incluso,
que se asocian a la opinión opuesta. Es cierto que el fun- **61,1**
damento de esta idea es metafísico, y en consecuencia
tampoco es del gusto de los físicos actuales; pero al mismo
tiempo salta a la vista que la fuente originaria de las accio-
nes de la naturaleza tiene que ser un asunto de la metafí-
sica. Hamberger no ha conseguido su propósito de mos- 5
trar al mundo un nuevo camino que sea más corto y có-
modo para conducirnos al conocimiento de la naturaleza.
Este terreno ha quedado baldío; aún no ha sido posible 7
abandonar la senda antigua, para aventurarse por la
nueva. ¿No es admirable que se confíe en un mar insonda- 9
ble de extravagancias e invenciones arbitrarias de la imagi-
nación, y que en cambio se desatiendan los medios sim-
ples y comprensibles, que por eso mismo son también los
naturales? Pero ésta es la plaga endémica del entendi- 13
miento humano. La gente será arrastrada mucho tiempo 14
por esta corriente. Se distraerá con las consideraciones ar- 15
tificiosas y enmarañadas, en las que el entendimiento per-
cibe su propio vigor. Se tendrá una física llena de pruebas 17
excelentes de agudeza e ingenio; pero ningún plan de la
naturaleza misma y sus efectos. Sin embargo, al final pre- 20
valecerá la opinión que describa la naturaleza como es, o
sea, sencillamente y sin rodeos infinitos. La naturaleza si- 22
gue un camino único. Por eso, antes de que pueda llegarse 23
al auténtico hay que haber probado primero innumera-
bles caminos desviados.

Los leibnicianos deberían adoptar antes que otros la 25
opinión de Hamberger. Pues son ellos los que sostienen 26
que una presión muerta que se mantiene en el cuerpo al
que ha sido comunicada sin ser aniquilada de nuevo por
un obstáculo insuperable, origina un movimiento real.
Por tanto, tampoco podrán negar que un cuerpo, que en 29
las partes de un líquido que lo rodea propende más hacia
una dirección que las demás, adquiere un movimiento
real, si el líquido es de tal naturaleza que no anula su
fuerza de nuevo mediante su resistencia. Esto tiene que 34
convencerles de lo que sostengo ahora, a saber, que un
cuerpo puede recibir un movimiento real de una materia
que está ella misma en reposo. 37

Resolución de la objeción hecha por *Leibniz*

¿Cómo evitaremos, pues, el golpe que *Leibniz* quiere in- 62,1
fligir a la ley cartesiana mediante la consideración de la sa-
biduría divina? Todo depende de que un cuerpo pueda ad- 4
quirir un movimiento real, incluso por la acción de una
materia en reposo. En esto me baso. Los primeros movi- 6
mientos en este universo no han sido producidos por la
fuerza de la materia en movimiento, ya que entonces no
habrían sido los primeros. Pero, en la medida que sea po- 9
sible que hayan podido originarse por la acción de una
materia en estado de reposo, tampoco han sido causados
por el poder inmediato de Dios, o de alguna otra inteligen-
cia; porque Dios se ahorra todas las acciones que puede
eludir sin perjuicio de la máquina del universo, mientras
que hace a la naturaleza tan activa y eficaz como es posi-
ble. Ahora bien, si el movimiento ha sido introducido por 15
primera vez en el universo por medio de la fuerza de una
materia en sí misma muerta e inmóvil, también podrá con-
servarse por medio de ella, y restablecerse cuando se haya
perdido. Por tanto, habría que tener un gran afán de duda 18
para tener aún mayores escrúpulos en creer que el uni-
verso no sufriría ningún menoscabo, aun cuando en el
choque de los cuerpos se perdiesen ciertas fuerzas que an-
tes existían.

§ 52

Según la ley *leibniciana,* la fuerza es igual antes y después del choque de un cuerpo elástico pequeño con uno mayor

Abandono esta digresión que me ha alejado algo del tema 24
principal que me ocupa. Ya he señalado que los mantene- 26
dores de las fuerzas vivas hacen mucho hincapié en la ob-
servación que les ha llevado a que, si se estima la fuerza de
los cuerpos de acuerdo con la ley de *Leibniz,* en la colisión
de los cuerpos elásticos se encuentra siempre la misma
cantidad de fuerza antes y después del choque. Este pen- 32
samiento, que parece favorecer tan extraordinariamente a
las fuerzas vivas, nos va a ayudar más bien a rechazarlas.
Argumentaremos de la siguiente forma: *la ley por la cual* 35
en la colisión de un cuerpo elástico pequeño con uno
mayor, no se da tras el choque más fuerza que antes del
mismo es falsa. Ahora bien, la ley leibniciana es de esta 63,3
clase, ergo, *etc. etc.*

§ 53

La mencionada observación de los leibnicianos es completamente contraria a las fuerzas vivas

Unicamente es necesario probar la premisa *Major* de este 5
razonamiento. Vamos al llevarlo a cabo del modo que si- 6
gue. Al colisionar la bola *A* (Fig. 8.) con otra mayor, *B,* el 7
cuerpo *B* no recibe en el momento en que *A* le choca y
comprime el resorte que representa la elasticidad, más

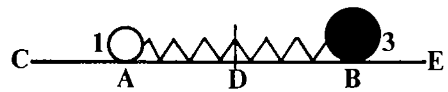

Figura 8

fuerza que la que extingue en *A* por su fuerza de inercia, y
el cuerpo *A,* por el contrario, no pierde más fuerza que la
que imprime a la bola *B* a través de la resistencia de su
masa, la cual se transmite en virtud de la intensidad del re-
sorte que aprieta. Si se negara esto, tampoco sería cierto 15
que la acción endosada a un cuerpo sea igual a su reac-
ción. Por tanto, el resorte está apretado, y en el conjunto 17
de los dos cuerpos hay la misma fuerza que antes se en-
contraba en la bola *A* sola. Si ahora se distienden estos re- 19
sortes de la elasticidad, se enderezarán con el mismo vigor
contra las dos bolas. Ahora bien, está claro que si, una vez 21
comprimidos los resortes, *A* posee todavía una fuerza en
la dirección *AE* tan grande como la fuerza de distensión
del resorte correspondiente, la distensión del mismo po-
dría quitar a la bola *A* tanta fuerza como aporte por el
otro lado el resorte *DB* a *B;* y por tanto, una vez efectuado
todo, no habría más fuerza en los cuerpos *A* y *B,* tanto por
el choque como por la elasticidad, que la que antes había
en *A* solo. Pero es inútil suponer esto. Si el choque ha te- 29
nido lugar y el resorte está comprimido, *A* tiene la misma
velocidad que *B* en la dirección *AE,* pero menos masa, y
por consiguiente menos fuerza que la que ejerce el resorte
en su distensión; porque éste tiene una fuerza de tensión
que es igual a la fuerza de la bola *B.* De aquí se sigue que la 34
elasticidad no puede tomar de la que hay en *A* tanta fuerza
como la que comunica al cuerpo *B.* Pues *A* no tiene tanta 64,2
fuerza, y por consiguiente tampoco puede quitársela. Se- 3
gún esto, en *B* tiene que aparecer, por obra de la elastici-
dad, un nuevo grado de fuerza, sin que por ello se pierda
en el otro lado, e incluso en *A* se produce además igual-
mente una nueva fuerza. Ya que, como la elasticidad no 6

encontró más fuerza que la que pudo disipar en *A*, la bola
sólo se le opuso con la fuerza de su inercia, y recibió para
volver hacia *C* el grado de potencia que el resorte tenía en
sí todavía por encima de la fuerza de la bola *A*.

Por lo tanto, está claro que en el caso de que un cuerpo 12
elástico pequeño colisione con otro mayor, tiene que ha-
ber más fuerza después del choque que antes del mismo.
Ahora bien, si la medida leibniciana de las fuerzas fuese 14
verdadera, habría que suponer lo contrario, a saber, que
tras el choque sólo hay la misma cantidad de fuerza que
antes del mismo. En consecuencia, o rechazamos esta ley, 17
o negamos toda la persuasión que nos ha ofrecido este §.

§ 54

Lo anterior queda aún más claro, considerando el caso de que un cuerpo elástico choca con otro más pequeño

Quedaremos perfectamente convencidos de la corrección 21
de lo dicho, si invertimos el caso anterior y suponemos
que la bola *B* (Fig. 8.), de mayor masa, colisiona con la
más pequeña, *A*. Porque aquí la bola *B* no pierde en pri- 25
mera instancia, al chocar con *A*, ni más ni menos fuerza
que la que origina en *A* (si sólo tenemos en cuenta lo que
ocurre antes de que se manifieste la elasticidad). Por 29

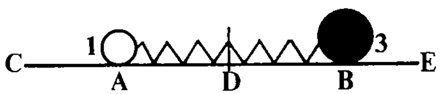

Figura 8

tanto, antes de que actúe la elasticidad, la fuerza no ha
sido aumentada ni disminuida en estos cuerpos. Ahora 30
bien, el grado de tensión de la elasticidad es el mismo con
que el cuerpo *A* se aparta hacia *C*; por consiguiente, su in-
tensidad es menor que la que queda en *B* en dirección *BC*;
por tanto, nunca la agotará al distenderse, aunque aplique
toda su potencia. Y cuando el resorte que ha sido apretado 35
en el choque se distienda, introducirá ciertamente una
nueva fuerza en el cuerpo *A*; pero también disipará en *B*
tanta como comunica a aquella bola. Por tanto, la fuerza **65**,3
total no será aumentada por la elasticidad, porque siem-
pre se quita por una parte lo mismo que se ingresa por
otra.

Por esto vemos que única y exclusivamente en el caso de 6
que un cuerpo choque con otro de masa menor se conser-

vará el mismo grado de fuerza en el choque; en los demás
casos, al no encontrar disponible la elasticidad tanta
fuerza para anular como produce en el otro, la fuerza será
siempre menor antes que después del choque, lo cual viola
la ley leibniciana. Porque en ésta se conserva en todos los 12
casos posibles la misma cantidad de fuerza en la natura-
leza, sin pérdidas ni incrementos.

§ 55

El cálculo confirma que, en el caso de que un cuerpo choque con otro más pequeño, se mantiene la misma cantidad de fuerza, de acuerdo con la ley cartesiana

Los *leibnicianos* deberían presentarnos, si pudieran, un 16
caso de choque de un cuerpo elástico con otro más pe-
queño que contraviniese la estimación de *Descartes;* de
este modo nadie podría replicarles. Pues única y exclusi- 20
vamente un caso así sería decisivo y exento de excepciones,
porque en el mismo se encuentra siempre después del cho-
que toda la cantidad de fuerza que había antes. Pero nin- 23
gún defensor de las fuerzas vivas se ha arriesgado nunca a
atacar el principio cartesiano en este tipo de choque, ya
que necesariamente habría percibido sin dificultad que
las reglas mecánicas concuerdan aquí perfectamente con
la estimación cartesiana. Supóngase, p. ej., que la masa 28
del cuerpo *B* es triple que la del *A*, y que *B* colisiona con *A*
con 4 grados de velocidad. Argumentando entonces de 30
acuerdo con la conocida regla foronómica, la velocidad
de la bola *B* tras el choque es a la velocidad que tenía an-
tes, como la diferencia de las masas *A* y *B* a su suma. Por 34
tanto, tiene 2 grados. Además, la velocidad de la bola *A* 34
después del choque es a la velocidad que tenía *B* antes del
mismo, como $2B{:}A+B$. Por tanto, *A* obtiene 6 grados de 36
velocidad. Con lo que la fuerza, según la estimación carte- **66**,1
siana, es 12 en el conjunto de ambos cuerpos después del
Conflictu; pero antes del mismo también era 12. Y esto es
lo que se ha pedido. 3

§ 56

La fuerza con que rebota un cuerpo en otro mayor, tiene el signo *Minus*

Si se quiere medir la cantidad de una fuerza, hay que de- 5
terminarla por sus efectos. Pero antes hay que prescindir 6
de los fenómenos que están asociados a los efectos, pero
que no son una consecuencia propia de la fuerza que debe
ser estimada.

Entonces, si un cuerpo elástico choca con otro de 10
mayor masa, sabemos por las leyes del movimiento que el
más pequeño retrocede tras el golpe con un cierto grado de
fuerza. También hemos aprendido en el último *Paragra-* 13
phis que la fuerza con que el cuerpo pequeño rebota en el
mayor es igual al excedente de fuerza que tiene el esfuerzo
de la elasticidad desencadenada sobre la fuerza con que el
cuerpo A se movía junto con la bola B en la dirección AE,
antes de activarse la elasticidad de ambas bolas. Ahora 19
bien (según lo antes probado), como mientras la elastici-
dad encontraba en el cuerpo A una fuerza dirigida hacia
AD que podía anular en la misma medida en que la trans-
fería a la bola B, el conjunto de los dos cuerpos conser-
vaba la misma cantidad de fuerza que antes estaba pre-
sente en A, como en la causa solamente; por consiguiente,
había que considerar entre tanto el estado de ambos cuer-
pos como un efecto equitativo de la fuerza poseída por A
antes del choque. Porque el efecto no es ni mayor, ni me- 27
nor, que la causa. Sabemos además que cuando la elastici- 28
dad ha anulado ya toda la fuerza que quedaba en A en la
dirección AE, transmite a los cuerpos A y B nuevas fuer-
zas que, por tanto, se suman a las que integraban la acción
genuina y completa de la bola A. Por lo tanto, podremos 33
deducir ésta del movimiento de las dos bolas de este
modo: tomando del cuerpo A la fuerza con que retrocede
después del golpe, y restando otro tanto de la fuerza que
ha obtenido la bola B. Es fácil ver que la fuerza con que re- 36
bota una bola elástica al chocar con otra mayor es nega-
tiva y lleva el signo *Minus*. Si, p. ej., una bola A colisiona 67,3
con dos grados de velocidad con otra de masa triple, B;
tras el choque rebota con un grado de velocidad y da a la
bola B asimismo un grado. Ahora bien, no se puede sumar 6
la fuerza con que A retrocede tras el choque a la fuerza de
la bola B, si se quiere tener la cantidad total de efecto que
ha desarrollado A. No, tiene que restarse al cuerpo A, 9
como también sustraerse de la fuerza que hay en B. El 11
resto, que es 2, será todo el efecto completo producido por
la fuerza de la bola A. Por tanto, una bola que tiene una 13
masa 2 y una velocidad 1, tiene la misma fuerza que otra
que posea una masa simple y una velocidad doble.

§ 57

La Señora de *Châtelet* bromeó inoportunamente al respecto

Así pues, a la ilustrada *Marquesa de Châtelet* se le ha 17
ocurrido inoportunamente chancearse de *Mairan*. Le 19
contesta a la observación que hemos mencionado ahora,
que *creía que no querría hacer fácilmente la prueba de co-
locarse en la trayectoria de un cuerpo que, marcado con el
signo* minus, *retrocediese con 500 ó 1000 grados de fuerza.*
También lo creo yo, y me equivocaría mucho si me preocu- 24
pase de que Mairan fuese a aventurarse a extraer la verdad
de esta forma. Pero el asunto no estriba en que la fuerza 27
señalada con el signo *Minus* no sea una fuerza real, como
parece deducir de ello la Marquesa. No hay duda de que 29
Mairan no ha querido decir esto. De hecho es una fuerza 30
real, y también produciría efectos reales si se quisiera po-
nerlo a prueba. Sólo se indica por este medio que tanto 32
esta fuerza, como una parte equivalente a ella de la fuerza
de la bola B, no puede ser computada en la acción total de
la bola A, sino que más bien ha de considerarse como si no
estuviese presente en A y en cambio fuese sustraída de B; y
que la fuerza restante tras la colisión representa propia-
mente el efecto total de la fuerza que había antes de ésta.
Pero una magnitud considerada así, vale al sumar menos **68**,3
que nada, y requiere el signo negativo.

§ 58

Los leibnicianos rehuyen la investigación de las fuerzas vivas a través del choque de los cuerpos inelásticos

Mis lectores esperarán ahora encontrar aducidas, a partir 7
de la teoría *del movimiento de los cuerpos inelásticos al
chocar*, ciertas demostraciones que hayan servido a los
partidarios de la estimación leibniciana para defender las
fuerzas vivas. Pero se engañan. Estos señores no encuen- 11, 12
tran del todo ventajoso para su opinión este tipo de movi-
miento; por tanto, tratan de excluirlo completamente de
esta investigación. Esta es una enfermedad a la que ordi- 15
nariamente sucumben los que acometen empresas en el
conocimiento de la verdad. Cierran los ojos, por así decir, 17
ante lo que parece ir en contra de la tesis que se les ha me-
tido en la cabeza. Un pequeño subterfugio, una excusa 19
fría y lánguida, es capaz de bastarles si de ello depende el
alejar una dificultad que es embarazosa para la opinión
hacia la que se inclinan. Se habrían podido ahorrar mu- 22

chos errores en la filosofía de haber habido alguna con-
tención a este respecto. Cuando se está tratando de apor- 24
tar todas las razones que brinda el entendimiento para
confirmar la opinión que uno se ha propuesto, habría que
esforzarse con la misma atención y cuidado en establecer
lo contrario con todo tipo de demostraciones, del mismo
modo que puede hacerse con una opinión que se estima.
No habría que menospreciar nada que parezca ser míni- 29
mamente favorable a la tesis contraria, sino desarrollarlo
al máximo en su defensa. Con un equilibrio intelectual se- 32
mejante, se desecharían a menudo opiniones que de otro
modo se habrían aceptado indefectiblemente, y cuando
finalmente se manifestase la verdad, se presentaría con
tanta mayor claridad. 35

§ 59

El choque de los cuerpos inelásticos es más decisivo con respecto a las fuerzas vivas, que el choque de los cuerpos elásticos

Ya se ha advertido con frecuencia a los defensores de las 69,2
fuerzas vivas, que los movimientos de los cuerpos inelásti-
cos en el choque son mucho más aptos para comprobar si
se dan o no las fuerzas vivas que el movimiento de los elás-
ticos. Porque en éstos se interpone siempre la elasticidad y 6
produce infinitas confusiones, mientras que en aquéllos
no determinan su movimiento nada más que la acción y la
reacción. No hay ninguna duda de que los leibnicianos se 10
habrían dejado convencer por la evidencia de esta idea, si
no subvertiese todo el edificio de las fuerzas vivas.

§ 60

Subterfugio de los leibnicianos a propósito de la objeción que se les hace sobre el choque de los cuerpos inelásticos

Por eso se han visto obligados a buscar amparo en una res- 14
tricción, acaso la peor que se haya utilizado nunca. Afir- 16
man, en efecto, que siempre se pierde en el choque de cuer-
pos inelásticos una parte de la fuerza, empleándose en
comprimir las partes de los cuerpos. Por eso se pierde la 19
mitad de la fuerza que tiene un cuerpo inelástico cuando
choca con otro de igual masa que está en reposo, y se con-
sume en la compresión de las partes.

§ 61

Origen de este erróneo pensamiento

Este pensamiento tiene varios aspectos deficientes. Va- 25, 26
mos a considerar algunos de ellos.

Incluso a primera vista podemos percibir sin dificultad 27
el origen de este error. Se sabe, en parte por la experiencia, 28
y en parte por los principios de la filosofía natural, que un
cuerpo duro, cuya figura poco o nada se modifica en el
choque, siempre es elástico, y que, por el contrario, las
partes de los cuerpos no elásticos están ensambladas de
tal modo, que se deforman y comprimen al chocar. La na- 33
turaleza generalmente reúne estas propiedades; pero en
una consideración matemática no estamos obligados a
agruparlas. 35

Los partidarios de las fuerzas vivas se han confundido 70,1
con esto. Se figuran que, como en la naturaleza un cuerpo 2
inelástico tiene comúnmente una estructura tal que sus
partes se deforman y comprimen al chocar, tampoco pue-
den sostenerse sin esta propiedad las reglas que propor-
ciona una consideración puramente matemática del mo-
vimiento de tales cuerpos. Este es el origen de la dificultad 6
que hemos visto en el § 60, y que carece de todo funda-
mento, como ahora veremos.

§ 62

Primera respuesta a la restricción de los leibnicianos

En la matemática se entiende que la elasticidad de un 10
cuerpo no es otra cosa que la propiedad mediante la que
repele a otro cuerpo que colisiona con él con el mismo
grado de fuerza con que le ha chocado. Un cuerpo inelás- 14
tico es, por tanto, el que no tiene esta propiedad.

La matemática no se preocupa de la forma y modo en 16
que se presenta esta propiedad en la naturaleza. En ella se 17
deja completamente indeterminado si la elasticidad pro-
cede de la modificación de la figura y de un repentino res-
tablecimiento de la misma, o si la fuente es una secreta en-
telequia, una *qualitas occulta,* o Dios sabe qué otra causa.
Si en la mecánica aparece descrita la elasticidad como ori- 21
ginada por la compresión y distensión de las partes de un
cuerpo, nótese que los matemáticos que emplean esta ex-
plicación se meten en lo que no les interesa, en lo que no
concierne a su objeto, y en lo que propiamente es un ob-
jeto de la física.

Según esto, si la consideración de un cuerpo inelástico 27
en la matemática sólo supone que no tiene en sí fuerza al-
guna para rechazar un cuerpo que choque con él, y si todo
el capítulo del movimiento de los cuerpos inelásticos se
basa en esta única determinación, es absurdo sostener que
las reglas de estos movimientos están establecidas así, por-
que la compresión de las partes de los cuerpos en colisión
permite única y exclusivamente esas leyes. Pues no se en- 34
cuentra vestigio alguno de la compresión de las partes en
los principios de los que emanan estas leyes. Todos los 36
conceptos en que descansan las mismas son con respecto a
esta limitación tan indiferentes, que puede contabilizarse
sin poner ningún inconveniente entre los cuerpos inelásti-
cos tanto los que no modifican su forma al chocar, como
los que sufren una compresión de sus partes. Como no se 71,3
ha prestado atención en absoluto a este aplastamiento en
la construción de estas leyes para establecer las reglas del
movimiento conforme a la misma, ni tampoco se han ba-
sado nunca en los conceptos que conlleva este aplasta-
miento, es muy extraño echarle la culpa de que las leyes
mentadas estén establecidas como realmente lo están.

§ 63

Segunda respuesta: porque un cuerpo puede denominarse inelástico, incluso si es perfectamente duro

Hemos dicho que, en la consideración que nos brinda la 11
matemática del movimiento de los cuerpos inelásticos, és-
tos también pueden suponerse perfectamente duros,
como si sus partes no se aplastaran al chocar. La natura- 15
leza nos ofrece también ejemplos de que no siempre es ine-
lástico el cuerpo cuyas partes se deforman más que las de
algún otro, sino que con frecuencia un cuerpo cuyas par-
tes no han sido aplastadas apenas al chocar, en compara-
ción con algún otro, no obstante es menos elástico que
otro cuyas partes se deforman más fácilmente. Porque, si 21
se deja caer sobre el empedrado una bola de madera, ni de
lejos rebotará tan alto como otra de estopa que, sin em-
bargo, puede ser aplastada muy fácilmente, y en compara-
ción con la cual aquélla puede ser considerada como su-
mamente dura. Vemos en consecuencia que en la natura- 24
leza un cuerpo no es inelástico porque sus partes sean
aplastadas, sino sólo porque no se recuperan con el mismo
grado de fuerza con que han sido aplastadas. Por tanto, 28

podemos suponer asimismo cuerpos cuyas partes se de-
forman infinitamente poco al chocar, pero que al mismo
tiempo están constituidos de forma que tampoco se recu-
peran de esta compresión infinitesimal o, de hacerlo, no lo
hacen de todos modos con el grado de velocidad con que
fueron aplastadas; como haría más o menos, valga la
comparación, una bola de madera. Los cuerpos que co- 34
mento serían perfectamente duros,* pero inelásticos. Por 35
tanto no se podrían exceptuar de las leyes del choque de
los cuerpos inelásticos, a pesar de no ser aplastadas sus
partes. ¿Cómo se mantendría aquí la restricción de los 72,2
leibnicianos?

§ 64

Tercera respuesta: el aplastamiento de las partes no es una razón por la que tuviera que perderse una parte de la fuerza en el choque de los cuerpos inelásticos

Aún podemos conceder a los *leibnicianos,* sin perjuicio 5
nuestro, su suposición de que los cuerpos inelásticos su-
fren siempre un aplastamiento de sus partes. Un cuerpo 8
produce en otro móvil, cuyas partes aplasta al chocar, el
mismo efecto que produciría si se interpusiera entre am-
bos un resorte, al que comprimiese con la colisión. Puedo 12
servirme libremente de esta idea, no sólo porque es sen-
cilla y convincente, sino también porque un gran defensor
de las fuerzas vivas, *Bernoulli,* ha hecho uso del mismo
caso.

Ahora bien, si una bola *A* (Fig. 9.) se mueve hacia otra, 16
B, y comprime al colisionar el resorte *R,* entonces, digo,
todos los grados de fuerza que se emplean en comprimir el
resorte pasan a la masa del cuerpo *B,* y se acumulan hasta
que se ha transmitido a dicho cuerpo *B* toda la fuerza con

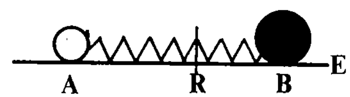

Figura 9

que se ha comprimido el resorte. Porque el cuerpo *A* no 22
pierde ni un solo grado de fuerza, ni tampoco se oprime el
resorte en la más mínima parte, más que en la medida en
que éste se apoya en el cuerpo *B.* Pero se apoya con la 25

* Porque un cuerpo que sólo se deja aplastar infinitamente poco, puede sin error denominarse 71,36
infinitamente duro. 37

misma potencia en esta bola, con la que se distendería ha-
cia ese lado, si la bola retrocediese repentinamente, esto
es, con la fuerza con que *A* lo comprime por el otro lado,
y que este cuerpo emplea y consume en su compresión.
Ahora bien, salta a la vista que el mismo grado de fuerza 29
con que el resorte trata de enderezarse contra *B*, y al que se
opone la fuerza de inercia de la bola *B*, tiene que repercutir
en la misma bola. Por tanto, *B* recibe para moverse en la 32
dirección *BE* toda la fuerza consumida por *A* en compri-
mir el resorte *R*. 34

La aplicación es fácil de hacer. Porque el resorte *R* sim- 73,1, 1
boliza las partes de las bolas inelásticas *A* y *B* que son
aplastadas por el choque. Por tanto, el cuerpo *A*, al aplas- 3
tar en su choque con *B* las partes por ambos lados, no con-
sume en estos aplastamientos fuerza alguna que no reciba
el cuerpo *B*, moviéndose con ella tras el choque. Por consi- 6
guiente, no se pierde ninguna porción, y menos una por-
ción tan grande como erróneamente pretenden los leibni-
cianos.

§ 65

Me cansaría de exponer todas las inexactitudes y contra- 10
dicciones que encierra esta dificultad que los *leibnicianos*
nos han querido plantear en el tema del choque de los
cuerpos inelásticos. La única que todavía voy a mencionar 13
podría bastar por sí sola para desvirtuarla.

Cuarta respuesta: Por la proporción de dureza de los cuerpos inelásticos, y por el grado de fuerza de la colisión que tiene que determinarse con la restricción de los leibnicianos

Aun cuando se concediese a nuestros adversarios todo 15
lo restante, no puede perdonárseles el atrevimiento que su-
pone la exigencia de que, en el choque de los cuerpos ine-
lásticos, no se tenga que perder por el aplastamiento de las
partes ni más, ni menos fuerza, que la que encuentran ne-
cesario en cada caso de acuerdo con su estimación. Es una 21
temeridad imposible de admitir que se nos quiera instar a
creer sin ninguna demostración que un cuerpo ha de per-
der por aplastamiento de las partes al chocar con otro
igual precisamente la mitad de la fuerza; al chocar con
otro triple, 3/4, etc. etc.; sin que se nos pueda dar una ra-
zón de que se gaste precisamente tanto y no más ni menos;
pues aun suponiendo que el concepto de cuerpo inelástico
requiera necesariamente alguna pérdida de fuerza por
aplastamiento, no sé de dónde habría que concluir que

esta ausencia de elasticidad requiera que se tenga que con-
sumir justo tanta y no menos fuerza. Los leibnicianos no 33
pueden negar sin embargo que cuanto menor sea la soli-
dez de la masa del cuerpo inelástico en comparación con
la fuerza del colisionante, con tanto más vigor se perderá
la fuerza por aplastamiento de las partes; pero cuanto más
duros sean ambos cuerpos, tanto menos tiene que per-
derse; pues si fuesen perfectamente duros no se daría nin-
guna pérdida de fuerza. Por tanto, se requiere una propor- 74,3
ción determinada de dureza en dos cuerpos iguales e ine-
lásticos, si tiene que ser consumida y anulada en el choque
justo la mitad de la fuerza del colisionante. Y sin esta pro- 6
porción resultaría mayor o menor, según fuesen más blan-
dos o más duros los cuerpos colisionantes. Ahora bien, en 8
las reglas del movimiento de los cuerpos inelásticos, a las
que tratan de poner una restricción los leibnicianos, el
grado de solidez, y más todavía su proporción con res-
pecto al vigor de la colisión, están completamente indeter-
minados; por consiguiente, las mismas no permiten com-
prender en absoluto si cuando se produce un aplasta-
miento de las partes, se consumirá una fuerza y cuánta se
perderá; pero ni en lo más mínimo ofrecen alguna razón
que permita comprender que en el choque de una bola con
otra del mismo peso, se pierda precisamente la mitad de la
fuerza. Porque esto no ocurre sin una proporción comple- 17
tamente definida entre la dureza de este cuerpo y la poten-
cia de la colisión. Ahora bien, como no hay en los princi- 19
pios que fundamentan las leyes del choque de los cuerpos
inelásticos ninguna determinación semejante que con-
tenga razón alguna de una determinada pérdida de
fuerza, la causa por la que estas reglas están hechas así y
no de otra manera, no debe atribuirse al aplastamiento de
las partes, que en cada caso hace perder precisamente la
fuerza que los leibnicianos tienen a bien eliminar.

Aplicación de nuestras conclusiones

Una vez establecida de varios modos la invalidez del pre- 27
texto con el que los defensores de las fuerza vivas quieren
esquivar el golpe que les infligen todas las leyes del choque
de los cuerpos inelásticos, nada nos impide utilizar éstas
en lo sucesivo para un servicio que nos van a prestar muy
ventajosamente, a saber, para excluir las fuerzas vivas del
campo de las matemáticas, donde se han introducido de
modo ilegítimo. 34

§ 66

El choque de los cuerpos inelásticos neutraliza por completo las fuerzas vivas

Pero es superfluo analizar aquí detalladamente la forma y 75,2
modo en que el movimiento de los cuerpos inelásticos
neutraliza las fuerzas vivas. Cualquier caso que se tome 4
consigue esto sin la menor excepción o dificultad. P. ej., si 6
un cuerpo inelástico *A* choca con otro de la misma clase e
igual peso, *B*, que está en reposo, tras el choque ambos se
mueven con ½ de la velocidad que se daba antes del cho-
que. Por tanto, según el tipo de estimación leibniciana, 9
una vez producido el choque hay en cada uno ¼ de
fuerza, y en conjunto ½ grado de fuerza, mientras que an-
tes del mismo había habido en la naturaleza un grado en-
tero. Así pues, se ha perdido la mitad sin haber producido 12
un efecto equivalente, o también sin haber experimentado
una sola resistencia por la que hubiera podido ser consu-
mida, lo cual, de acuerdo con las declaraciones de nues-
tros adversarios, es uno de los mayores absurdos que pue-
den cometerse.

§ 67

Demostración general de que el choque de los cuerpos tiene que estar siempre en contra de las fuerzas vivas

No quiero terminar esta sección, en la que hemos refutado 19
las fuerzas vivas mediante el choque de los cuerpos, sin
haber añadido antes una consideración general que com-
prende en sí todo lo que se puede decir de esta índole con-
tra las fuerzas vivas. En la misma voy a demostrar que, 24
aun cuando se admitiese a los leibnicianos su estimación
de las fuerzas, la naturaleza del tema es totalmente ad-
versa a una demostración de la misma por el choque de los
cuerpos; y que éste nunca ofrecería, ni tampoco podría,
otra medida que la simple velocidad, aun cuando la esti-
mación por el cuadrado fuese completamente cierta e in-
dudable. Es imposible, digo, que tuviera que poder ser co- 31
nocida por el choque de los cuerpos, aunque por lo demás
pueda mostrarse en otros mil casos tan claramente como
se quiera. 33

§ 68

Desarrollo de esta demostración

Mi demostración se apoya en lo siguiente. 76,2

Se acepta que no puede emplearse el movimiento de los 3
cuerpos al chocar para el fin que hablamos de otro modo,
que considerando la fuerza que un cuerpo en movimiento
transmite a otro al chocar, como el efecto con que se puede
medir la cantidad de causa que se ha agotado en produ-
cirlo. Esto es, hay que averiguar la cantidad de la causa 8
por los efectos que se derivan de ella. Va de suyo que se ha
cuidado especialmente de no tomar en los cuerpos que
chocan más que la fuerza que realmente no es más que el 10
efecto producido inmediatamente por la colisión del otro
cuerpo; pues de otro modo toda la medida buscada es en-
gañosa e inútil. Pero salta a la vista que, inmediatamente 15
después del instante en que el cuerpo colisionante ha ejer-
cido su acción en el colisionado, toda la fuerza que enton-
ces se encuentra en éste es un efecto indudable del choque.
Por esto, hay que servirse necesariamente del mismo y no 18
de ningún otro, para medir la fuerza que el cuerpo colisio-
nante ha empleado en la producción del mismo. Ahora 21
bien, un cuerpo que ha recibido su movimiento del cho-
que con otro, inmediatamente después del instante en que
el choque le ha comunicado la fuerza y por tanto cuando
aún no se ha podido alejar una distancia finita de la conti-
güidad del colisionante, ya tiene de todos modos toda la
fuerza que éste le ha podido comunicar, pero aún no posee
ningún movimiento real, porque no se le ha dado tiempo
alguno para ello; sino sólo un puro conato de movi-
miento, por consiguiente, una fuerza muerta y cuya me-
dida es la simple velocidad. Por tanto, la fuerza que se en- 29
contraba en el cuerpo colisionante se ha agotado en exci-
tar en el otro una fuerza cuya estimación absolutamente
precisa nunca puede ser otra que la mera velocidad, aun
cuando se quisiera suponer mediante una hipótesis una
fuerza en el colisionante que se midiese, no digo ya por el
cuadrado, sino por el cubo, la cuarta o quién sabe qué otra
potencia de la velocidad.

Ahora bien, sería absurdo subvertir completamente el 37
principio *de la igualdad de causa y efecto,* estableciendo
que una fuerza que requiere una estimación por el cua-
drado se emplease en producir otra que sólo fuese esti-
mada por la velocidad. Pues dado que aquélla es infinita- 77,4

mente mayor que ésta, sería tanto como decir que todo el
contenido de un cuadrado hubiera sido empleado para
producir una línea y además una línea finita. Por eso está 8
claro que todas las leyes, tanto de los cuerpos elásticos
como de los inelásticos, nunca ofrecerán una demostra-
ción de otra estimación que de la simple velocidad, y que
por su naturaleza tiene que estar siempre en contra de las
fuerzas vivas, aunque la gente quiera agotar toda su inven-
tiva en imaginar casos que parezcan serles favorables.

§ 69

Como en el § anterior todo se deriva de que sólo se puede 15
tomar como medida de la fuerza del cuerpo colisionante
la fuerza que se encuentra en el colisionado inmediata-
mente después del instante de la acción que le ha sido co-
municada, y justo cuando se despega del colisionante,
aunque antes de que este movimiento haya ocurrido real-
mente; no dudo de que éste será el punto que más discuti-
rán los hombres a los que tengo el honor de llamar adver-
sarios. Quisiera tener la suerte de anticiparme a ellos con 22
lo que sigue.

Continuación de la demostración de que en el choque de los cuerpos no hay que considerar la velocidad inicial del colisionado

La fuerza que tiene el cuerpo colisionado un instante 24
antes de alejarse del colisionante, o es igual a la fuerza que
tiene una vez que se mueve realmente y se ha apartado de
aquél, o no es igual. En el primer caso no es necesaria mi 28
limitación, sino que puede tomarse la fuerza del cuerpo
colisionado en cualquier instante del movimiento, pues
siempre se medirá por la simple velocidad,* porque es
igual a la que tenía antes de que su movimiento fuese real.
Si no es igual, esto quiere decir necesariamente que la 78,2
fuerza inherente al cuerpo colisionado una vez que se ha
alejado ya del colisionante, es mayor que la que había al
estar en contacto. Pero de ser así, declaro que ésta es justo 5
la causa por la que no puedo servirme de la misma para es-
timar por aquélla la fuerza de la colisión. Porque si hay en 7
el cuerpo colisionado un grado más de fuerza cuando se
ha alejado ya del colisionante tras el choque, que el que

* Porque, hasta que no ha llegado a hacerse real el movimiento del cuerpo colisionado (a sa- 77,33
ber, hasta que no se ha alejado aún del colisionante), su fuerza es todavía muerta, incluso se-
gún las declaraciones de los leibnicianos. 35

había cuando aún lo tocaba, entonces este nuevo grado
de fuerza tampoco es un efecto del cuerpo colisionante,
pues los cuerpos interactúan sólo mientras se tocan. Por 13
lo tanto, se puede emplear aquélla con toda propiedad
para medir la fuerza que se ha consumido en producirla.

§ 70

Hemos superado felizmente las dificultades que hubiera 17
podido suponer el choque de los cuerpos para la vieja ley
de *Descartes*. Me figuro que ahora puedo decir, atrevida- 19
mente, que el partido de *Leibniz* no le supera en nada por
este lado. Vamos a procurar que también podamos pre- 21
ciarnos de esto en lo restante.

§ 71

Sobre la defensa de las fuerzas vivas mediante la *composición del movimiento*

Examinemos ahora los casos de *movimientos compuestos* 24
que han tomado los defensores de las fuerzas vivas como
fortalecimiento de su estimación. Del mismo modo que 27
una mala causa siempre se caracteriza por ocultarse de
buen grado bajo casos obscuros y enrevesados, el partido
de las fuerzas vivas se ha querido también aprovechar de
la confusión en que puede desembocarse fácilmente al
considerar los movimientos compuestos. Vamos a tratar 32
de quitarles la capa de oscuridad que hasta ahora ha favo-
recido única y exclusivamente a las fuerzas vivas. *Bilfinger* 35
se ha servido al máximo de este tipo de demostraciones, y
por ello sus pensamientos tienen que ser los primeros que
pongamos a prueba.

Encontramos su trabajo en el primer tomo de los *Com-* 79,3
mentarii Petropolitani. La tesis que sirve de base a todo su 4
sistema es la siguiente (Fig. 10.). Un cuerpo *A*, que recibe 5

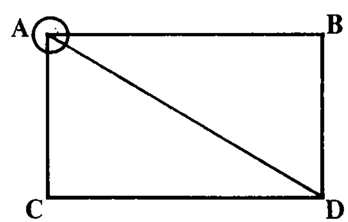

Figura 10

dos movimientos al mismo tiempo, uno en la dirección
AB con la velocidad *AB*, y otro en una dirección que es
perpendicular a la anterior, con la velocidad *AC*, se mueve
a lo largo de la diagonal de ese rectángulo en el mismo
tiempo en que recorrería separadamente cada uno de los
dos lados en particular. Pero las fuerzas dirigidas hacia los 11
lados del paralelogramo no se oponen recíprocamente,
con lo que tampoco puede una sustraer nada a la otra, y
por tanto la fuerza que tiene el cuerpo cuando cede a am-
bas, es decir, cuando se mueve por la diagonal, será igual a
la suma de las fuerzas dirigidas hacia los lados. Ahora 16
bien, esto no ocurriría según la estimación cartesiana.
Pues la diagonal *AD* es siempre menor que la suma de los 17
dos lados *AB* y *AC;* pero la fuerza que tiene el cuerpo con
la velocidad *AD* tampoco sería nunca igual a la suma de
las fuerzas con las velocidades *AB* y *AC* en cualquier otra
estimación posible, salvo en el caso de que las mismas se 23
estimen por el cuadrado de las velocidades. De aquí con-
cluye Bilfinger que la fuerza de un cuerpo que se mueve
realmente no puede medirse más que por el cuadrado de
su velocidad.

§ 72

Bilfinger no se ha equivocado del todo en su demostra- 27
ción. En el fondo del asunto sus conclusiones son perfec- 27
tamente correctas; sólo la aplicación de las mismas es de-
fectuosa y tiene el sello de un juicio precipitado.

En qué sentido es correcta la demostración de Bilfinger

Si se considera el movimiento que tiene el cuerpo hacia 31
el lado *AC* (Fig. 10.) como es usual, a saber, como que el
cuerpo trata por medio de él de chocar perpendicular-
mente con el plano *CD*, entonces es indudable que el otro
movimiento lateral por la línea *AB* no se opone en abso-
luto, *a este respecto,* porque corre paralelo con el plano

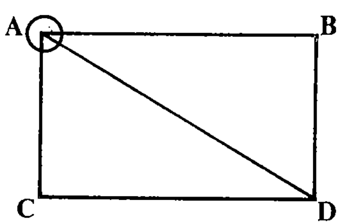

Figura 10

CD, y por consiguiente el cuerpo ni se acerca ni se aleja del
mismo por él. De igual modo, el movimiento lateral *AC* **80**,2
no se opondrá en absoluto al movimiento hacia el otro
lado *AB con respecto al efecto que con él trata de producir
el cuerpo en el plano BD,* porque igualmente corre para-
lelo con este plano. Pero, ¿qué se deduce de aquí? Sola- 7, 7
mente que el cuerpo, cuando cede a estos dos movimien-
tos laterales a la vez y recorre la diagonal, ejercerá de una
vez sobre los planos *CD* y *BD* las acciones que habría pro-
ducido mediante movimientos separados a lo largo de los
lados. Por tanto, el cuerpo tiene, al moverse por la diago- 11
nal, una fuerza *respecto a ambos planos CD* y *BD,* que es
igual a la suma de las dos fuerzas hacia los lados. Pero esta 14
igualdad se da en él sólo bajo la condición que he dicho.

§ 73

Bilfinger no ha entrado en el sentido de la polémica

Bilfinger no se ciñó a esta condición, a pesar de que hu- 17
biera tenido que verse forzado a ello por la naturaleza de
su demostración. Concluyó directamente: *Por tanto, el* 19
*cuerpo tiene al moverse por la diagonal una fuerza que es
igual a la suma de las dos fuerzas laterales.*

Esta tesis, formulada tan sin reservas, comporta fácil- 23
mente una significación que está muy alejada del sentido
de la conclusión de la demostración de Bilfinger. Pues 25
cuando se dice que un cuerpo que posee esta o aquella ve-
locidad, tiene esta o aquella fuerza, se entiende por tal la
fuerza que ejercería en la misma dirección de su movi-
miento y sobre un objeto con el que chocase perpendicu-
larmente. Por tanto, si lo que se dice de la fuerza de un 29
cuerpo tiene un carácter tan restringido, no hay que tratar
de determinar su magnitud en ningún otro sentido que en
éste; de otro modo parece que el cuerpo tiene en la direc-
ción de su movimiento una fuerza determinada que, no
obstante, sólo puede ejercer lateralmente en una determi-
nada posición del objeto con el que choca. Bilfinger, que 35
no ha tenido esto en cuenta, ha incurrido en el cargo de
una *fallaciae ignorationis elenchi.* Porque ha dejado de **81**,1
lado el sentido de la cuestión, y en lugar de haber demos-
trado que el cuerpo, al moverse a lo largo de la diagonal
chocará contra *un objeto perpendicularmente inter-
puesto en la dirección de su movimiento* con una fuerza

que es igual a la suma de las fuerzas con que chocaría mediante los movimientos laterales separados contra los planos subyacentes a él, demostró que ciertamente desarrolla el agregado de estas fuerzas, pero sólo con respecto a los dos planos laterales *CD* y *BD,* y no al plano opuesto perpendicularmente a su movimiento.

§ 74

La misma demostración es defectuosa en relación al punto que se discute

Por tanto, lo único que importa es que se demuestre que 12
un cuerpo, al moverse por la diagonal *AD,* no tiene en la
dirección *AD* la suma de las fuerzas laterales. Para ello no 15
necesito más que considerar cada uno de los movimientos
laterales como si fuese compuesto, tal como los matemáticos acostumbran a hacer (Fig. 11.). Según esto, el movi- 18

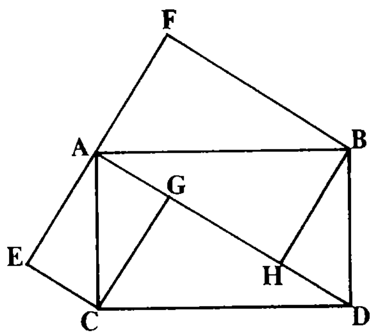

Figura 11

miento lateral *AB* está compuesto del movimiento *AF* y
AH; el movimiento lateral *AC,* en cambio, de los movi-
mientos *AE* y *AG.* Ahora bien, como los movimientos *AF* 20
y *AE* se oponen recíprocamente, con lo que, como son iguales, se anulan también, sólo quedan los movimientos con la velocidad *AH* y con la velocidad *AG,* con los que el cuerpo avanza en la dirección de la diagonal; y por tanto no subsiste en la dirección de la diagonal toda la fuerza de los movimientos laterales, sino que a este respecto sólo se
encuentra una parte de la misma. Además, dado que los 27
movimientos *AF* y *AE* de todos modos corren paralelos al plano *BH,* al que choca perpendicularmente el cuerpo en el movimiento diagonal, con lo que ninguno de los dos puede alcanzarlo, se ve tanto por esto, como por lo anterior, que el cuerpo no chocará contra el objeto enfrentado perpendicularmente a su movimiento a lo largo de *AD* con la suma de las fuerzas dirigidas hacia los lados *AC* y
AB. 33

§ 75

Colofón

Ahora todo está resuelto. Porque desde ahora sabemos **82,**1
que un cuerpo, al moverse por la diagonal, no ejerce sobre un obstáculo enfrentado perpendicularmente la suma íntegra de las dos fuerzas laterales que posee el cuerpo por sus movimientos laterales con respecto a los planos per-
pendicularmente enfrentados a ellos. De aquí se sigue ne- 7
cesariamente que la fuerza, al moverse por la diagonal, es menor que ambas fuerzas laterales sumadas; por consiguiente, no puede ser estimada la fuerza de un cuerpo por el cuadrado de su velocidad; porque en este tipo de estimación tendría que ser encontrada necesariamente la mencionada igualdad, a pesar de que no se da de hecho.

§ 76

A partir del caso de Bilfinger se refutan las fuerzas vivas

No queremos contentarnos con esto. En vez de asustarnos 14, 14
ante los argumentos de *Bilfinger,* preferimos aprovechar-
los de buen grado para demostrar la ley de *Descartes.* Una 17
buena causa siempre posee esta cualidad de que incluso las armas de los adversarios tienen que servir para defenderla, y hemos visto varias veces que también la nuestra se
puede preciar de esta ventaja (Fig. 11.). De acuerdo con lo 21

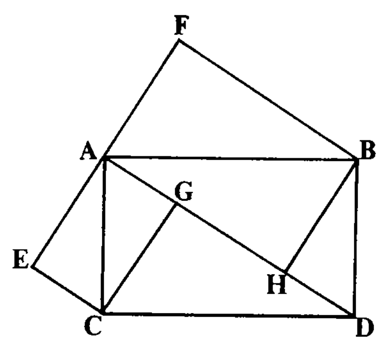

Figura 11

que se acaba de probar, el movimiento lateral *AB* no produce en la dirección de la diagonal otra velocidad que *AH*, con lo que el cuerpo, en un movimiento aislado, alcanzaría perpendicularmente el plano *BH*. Además, el otro mo- 25
vimiento lateral *AC* produce por sí solo en la dirección de la diagonal únicamente la velocidad *AG*, con la que el cuerpo chocaría perpendicularmente con el plano *CG*. Ahora bien, toda la fuerza de la diagonal está compuesta 28
de las fuerzas que comportan estos dos movimientos *AH* y *AG* y, por tanto, lo que no se encuentra en aquellos dos tampoco estará presente en éste; pues de otro modo podría estar contenido en la suma algo más que en todos los *Summandis*. Por tanto, la fuerza con la velocidad *AD* 32
debe ser igual a la fuerza con la velocidad *AH plus* la fuerza con la velocidad *AG*; y se pregunta qué potencia de *AH*, *AG* y *AD* hay que tomar para que la suma de las dos primeras sea igual a la última. Está claro, por los princi- 83,4
pios más elementales de la aritmética que, de estimar las fuerzas mediante una potencia de las líneas *AH*, *AG* y *AD* mayor que uno, la fuerza del cuerpo con la velocidad *AD* estimada de este modo sería mayor que la suma de las fuerzas con las velocidades *AH* y *AG*; pero si se quisiera tomar una *función* más pequeña (tal como se expresa Bilfinger) que la *función* de las simples velocidades, entonces el agregado de las fuerzas parciales sería mayor que toda la fuerza resultante que se caracteriza por la velocidad *AD*; por el contrario, si todo se estima por la simple velocidad, resultarán iguales. De aquí se deduce que hay que, o 15
bien suponer que las fuerzas son proporcionales a las velocidades *AH*, *AG* y *AD*, o bien admitir que el agregado puede ser mayor o menor que el conjunto de los *Aggregandi*.

§ 77

La misma refutación, de otra forma

También podemos demostrar lo mismo de otro modo. Su- 20, 21
pongamos como *Bilfinger* que el choque de dos bolas iguales con velocidades *ba* = *AB* y *ca* = *AC* comunica al cuerpo *a* las fuerzas laterales (Fig. 12.) *AB* y *AC*, y que estos dos impulsos, verificados simultáneamente, originan el movimiento y la fuerza a través de la diagonal. Pero, 26
como es lo mismo, vamos a suponer que estas bolas salie-

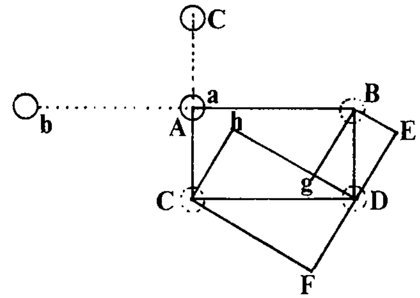

Figura 12

ron de *C* y *B* y chocaron contra el cuerpo *a* en el punto *D*
con las velocidades *CD* = *ba* y *BD* = *ca*. Es innegable que 28
el cuerpo *a* en este lugar obtendrá de las mencionadas bolas la misma fuerza que pudo obtener en el punto *A*; porque el lugar no cambia absolutamente nada, puesto que todo lo demás es igual. Así pues se pregunta: ¿qué fuerza 32
obtendrá la bola *a* en el punto *D contra el plano perpendicular FE*, por estos dos choques *BD* y *CD*, verificados simultáneamente? Respondo: la bola *B* sólo comunicará 34
propiamente al cuerpo *a* con el movimiento *BD* la velocidad *BE* en lo que respecta a la acción sobre este plano, y por la colisión de la bola *C* con la velocidad *CD* adquirirá el mismo cuerpo *A* solamente la velocidad *CF*, con las que puede actuar en el punto *D* sobre el plano *FE*. Porque los 84,5
otros dos movimientos *Bg* y *Ch*, que *a* ha obtenido por este doble choque, van paralelamente al plano, y por consiguiente no lo alcanzan, sino que más bien se anulan mutuamente, porque son iguales y opuestos. Por tanto, las 9
dos fuerzas laterales *BD* y *CD*, o, lo que es otro tanto, *AC* y *AB*, han comunicado al cuerpo con respecto al plano que alcanza perpendicularmente en el movimiento diagonal, únicamente una fuerza equivalente a la suma de las fuerzas correspondientes a las velocidades *BE* y *CF*; por consiguiente, *en primer lugar*, no todas sus fuerzas y, *en segundo lugar*, una fuerza, por lo que se infiere aquí con tanta evidencia como en el § anterior, que tiene que ser a sus componentes como la velocidad *AD* a las velocidades *CF* y *BE*, y no como los cuadrados de las mismas.

§ 78

La fuerza exacta en la diagonal no es igual a la suma de las fuerzas hacia los lados

Vemos por la consideración precedente que, si se supone 20
que la suma de las fuerzas ejercidas hacia los lados del paralelogramo en el movimiento diagonal es igual a la fuerza en la dirección de la diagonal, resulta que habría que estimar las fuerzas por los cuadrados de la velocidad. Pero a 25
la vez hemos probado que esta suposición es falsa y que las acciones que ejerce un cuerpo al moverse oblicuamente hasta que ha agotado toda su fuerza, siempre son mayores que las que conseguiría mediante un choque perpendicular.

Esta observación tiene la apariencia de una paradoja. 31
Pues de aquí se deduce que un cuerpo puede ejercer res- 32
pecto a determinado plano opuesto a él de un modo especial más fuerza que la que se supone que hay en él. Porque 34
se dice que un cuerpo tiene la fuerza que aplica a un obstáculo insuperable por medio de un choque perpendicular. 36

En todo caso podemos despreocuparnos de la resolu- **85**,1
ción metafísica de esta dificultad, pues ocurra lo que ocurra con esto, las matemáticas dictan la sentencia definitiva, y tras su juicio no se puede seguir dudando.

§ 79

En la estimación leibniciana de las fuerzas, la suma de las fuerzas ejercidas en dirección oblicua es igual a la fuerza de la diagonal; pero en la cartesiana aquélla es con frecuencia infinitamente mayor que ésta

Está claro por el análisis del movimiento que si un cuerpo 6
colisiona sucesivamente en dirección oblicua contra muchos planos, perderá su movimiento por completo cuando la suma de los cuadrados de todos los *Sinuum angulorum incidentiae* sea igual al cuadrado del *Sinus totius* que señala la velocidad primitiva de su movimiento. Hasta aquí están de acuerdo todos los mecánicos, sin ex- 12
ceptuar los cartesianos. Pero, para los leibnicianos, de 13
aquí se sigue en particular que el cuerpo, si se adopta la estimación por el cuadrado, ha perdido todo su movimiento cuando la suma de todas las fuerzas ejercidas oblicuamente es igual a la fuerza que le es inherente en el movimiento rectilíneo. En cambio, de acuerdo con la estima- 19
ción cartesiana, la proporción es muy diferente. La suma 20
de las fuerzas que ejerce el cuerpo a través de muchos choques oblicuos sucesivos hasta que todo su movimiento desaparece es mucho mayor, según aquéllos, que la fuerza única e indivisa que posee el movimiento rectilíneo. Por 24
tanto, el cuerpo no ha perdido todavía su movimiento cuando la suma de las fuerzas ejercidas en movimientos parciales ya es igual a toda su fuerza indivisa. Porque un 27
cuerpo puede conseguir mucho más con respecto a muchos planos oblicuos que contra uno con el que choque perpendicularmente, de tal forma que (si se supone que la inclinación del choque se produce con el mismo ángulo sobre todos los planos oblicuos), la cantidad de fuerza que es necesaria para consumir la fuerza de un cuerpo mediante obstáculos interpuestos oblicuamente, es a la que la anularía en dirección rectilínea, como el *Sinus totus* al *Sinui* del ángulo de incidencia.* Por tanto si, p. ej., el *Sinus* 34
totus es al *Sinui anguli incidentiae* como 2:1, es también dos veces más grande que ésta; ocho veces, si es como 8:1; y si éste es infinitamente pequeño, es infinitamente mayor que la potencia del obstáculo que hubiera bastado para anular todo su movimiento en una dirección directamente enfrentada. Por tanto, según la estimación leibniciana, **86**,3
agota por completo la fuerza de un cuerpo un determinado obstáculo que, de acuerdo con la estimación cartesiana, sólo puede consumir una cantidad infinitesimal al mismo cuerpo y en la misma dirección; esto es, en la estimación por el cuadrado el gasto de la fuerza del cuerpo en movimiento es finita cuando toda la potencia de los obstáculos sumados que ha vencido es también finita, pudiendo el cuerpo haber vencido estos obstáculos con un movimiento tan inclinado como se quiera; por el contrario, en la estimación por las velocidades puede ser finita la fuerza global de las acciones ejercidas por un cuerpo, y no obstante infinitamente pequeño el gasto de la fuerza del cuerpo, si es infinitamente pequeño el ángulo con que supera todos estos obstáculos.

Esta diferencia es asombrosa. Tiene que mostrarse en la 16, 16
naturaleza en alguna parte un efecto de ella, sea el que sea, y merece la pena buscarlo. Pues su resultado no será úni- 18
camente que se pueda decidir si la fuerza de un cuerpo en la diagonal de un rectángulo es igual o no a la suma de las

* *«Haec sententia per cogitationes meas posteriores correcta est, sed salva nihilominus manent ea, quae inde derivantur.»* (Acotación que, según Schubert, hizo Kant en el ejemplar usado por él con la letra típica de los años 1750–1770. Véase edición Schubert-Rosenkranz, vol. V, p. 107. N. Tr.) **85**,34

fuerzas laterales; sino también, si la estimación de Leibniz
o la de Descartes es la verdadera; pues una pregunta está
indisolublemente unida a la otra.

§ 80

Refutación de las fuerzas vivas mediante un nuevo caso

El caso que buscamos es el movimiento circular de un 26
cuerpo alrededor de un punto central al que es atraído por
su gravedad (los movimientos de los planetas son de este
tipo).

Supongamos un cuerpo que hubiese alcanzado un im- 30
pulso suficiente para moverse circularmente alrededor de
la Tierra. Prescindamos asimismo, salvo de la gravedad, 32
de todos los obstáculos que pudieran aminorar su movi-
miento; es indudable entonces que: primero, la velocidad
de su movimiento será finita; segundo, persistirá indefini-
damente sin disminuir con el mismo grado y la misma
trayectoria. Me baso en estas dos tesis complementarias, 36
porque están aprobadas por los dos partidos: el leibni-
ciano tanto como el cartesiano. En tercer lugar, me baso 87,2
además en que la gravedad aporta a un cuerpo que se
mueve libremente una fuerza finita en un tiempo finito, o
también la consume cuando ambas fuerzas, la que es in-
herente al cuerpo y aquélla con que presiona la gravedad,
actúan contrapuestas. Ahora bien, el cuerpo postulado, al 7
girar alrededor de un punto dado, está expuesto incesante-
mente a la atracción gravitatoria, y por tanto sufre me-
diante la suma de todas las presiones gravitatorias infini-
tesimales una fuerza finita en un tiempo finito, con lo que
es impelido hacia el centro de su trayectoria, *per Lemma 3.*
Mientras el cuerpo equilibra todas estas presiones produ- 12
cidas en él mediante su fuerza propia, se mantiene siempre
igualmente alejado del centro. Por tanto, ha ejercido en 15
cada tiempo finito una fuerza finita con respecto a los
obstáculos gravitatorios superados. Ahora bien, está 17
claro por lo que hemos inferido en el § 79 que, si un cuerpo
ha superado un cierto número de obstáculos en dirección
oblicua cuya suma asciende a una cantidad finita de
fuerza, tendría que sufrir simultáneamente (si se admite la
estimación leibniciana) un gasto de unas dimensiones fi-
nitas en la fuerza que le es inherente. Por consiguiente, el 22
cuerpo postulado pierde una fuerza finita en cada lapso

finito de su movimiento circular por las retenciones gravi-
tatorias, y por tanto en un tiempo determinado perderá
toda su fuerza y velocidad; porque la velocidad que posee
en su movimiento circular sólo es finita. *Lemma 1.* 26

Por tanto, o no puede en absoluto moverse en círculo, a 27
no ser que tenga una velocidad infinita, o hay que admitir
que un cuerpo puede desarrollar una fuerza infinitamente
mayor, mediante la suma de todas sus acciones oblicuas,
que la que posee en una colisión frontal, y que la medida
leibniciana de las fuerzas, que no admite esto, es falsa.

§ 81

Como la idea que hemos desarrollado aquí es muy fructí- 34
fera en consecuencias, vamos a apartar de ella todas las
pequeñas dificultades, y a aclararla y precisarla en la me-
dida de lo posible. 36

Demostración de que un cuerpo que se mueve circularmente ejerce contra la gravedad la misma acción que si colisionase contra una superficie oblicua

En primer lugar hay que comprender claramente que la **88**,1
fuerza que aplica el móvil en el movimiento circular para
equilibrar la gravedad, ejerce una acción sesgada y com-
parable al choque de un cuerpo contra un plano oblicuo,
tal como realmente hemos hecho en el § anterior.

A este fin se representan los arcos infinitesimales que 7
recorre el cuerpo en su movimiento circular como seg-
mentos rectilíneos igualmente infinitesimales, del mismo
modo que el círculo suele considerarse en matemáticas
como un polígono de un número infinito de lados (Fig.
13.). El cuerpo, que ha recorrido el segmento infinitesimal 12

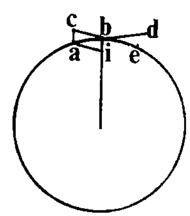

Figura 13

ab, proseguiría este movimiento en línea recta, si la grave-
dad no le opusiera ninguna resistencia, y en el segundo
lapso infinitesimal de tiempo estaría en *d.* Pero por la re- 15
sistencia de la gravedad se ve forzado a abandonar esta di-
rección y describir la línea infinitesimal *be.* Este obstáculo 17

de la gravedad le ha restado, *per resolutionem virium,* el movimiento lateral *ac,* que se expresa por la línea perpendicular *ac,* que ha sido trazada sobre la línea *bd* prolongada hasta *c.* Por tanto, el cuerpo experimenta en el punto 20
b, por el obstáculo de la gravedad, la misma resistencia que habría experimentado por parte de una superficie *cd,* contra la que hubiese chocado con el ángulo *abc;* porque el obstáculo que esta superficie le opone se expresa, al igual que aquí, mediante la línea perpendicular *ac.* Por 25
tanto, la fuerza que un cuerpo al moverse circularmente ejerce contra la gravedad, que le atrae hacia abajo, se puede comparar perfectamente con la colisión del mismo contra un plano oblicuo, y también se puede estimar del mismo modo que éste.

§ 82

En segundo lugar, parece que el tercer principio de nuestra 30
demostración postulado en el § 80 necesita todavía alguna confirmación; al menos nunca se es suficientemente cuidadoso, incluso con respecto a las verdades más evidentes, cuando se tiene que tratar con semejantes adversarios; porque la polémica de las fuerzas vivas nos ha convencido suficientemente de hasta qué punto el partidismo con respecto a ciertas opiniones puede ser más poderoso y atractivo que la mera fuerza de la verdad, así como cuán lejos llega la libertad de pensamiento a la hora de dudar de las verdades más evidentes, o de diferir su juicio.

El cuerpo con movimiento circular realiza en cada intervalo finito la acción de una fuerza finita contra los obstáculos de la gravedad

A propósito de la tesis de que la gravedad imprime en 89,5
un cuerpo que se mueve libremente una fuerza finita en cada tiempo finito dado, podría referirme al § 32; pero la misma ya tiene sus oponentes en los defensores de las fuerzas vivas, y es mejor vencerlos con sus propias armas.
El cuerpo postulado, que ha recorrido con su movimiento 11
circular el arco *af* en un tiempo finito, recibe las presiones de todos los resortes de la gravedad, a los que está expuesto permanentemente en todo el espacio finito *af.*
Ahora bien, incluso según las declaraciones de los leibni- 15
cianos, los resortes de la materia generadora de la gravedad presentes en un espacio finito determinado, que comunican su presión a un cuerpo que pasa, producen en el mismo una fuerza finita; *ergo etc.*

§ 83

Colofón

Según esto, la fuerza ejercida en un movimiento descom- 20
puesto, si se estima proporcional al cuadrado de los lados del rectángulo, es incompatible incluso con las leyes más conocidas por todos del movimiento circular de los cuerpos y con las fuerzas centrales que los producen. Por 24
tanto, las fuerzas laterales no son, como lo requiere la estimación leibniciana, proporcionales en cualquier movimiento compuesto al cuadrado de sus velocidades, y por esto es también general la conclusión de que la estimación por el cuadrado es completamente errónea; porque cualquier movimiento puede considerarse compuesto, como es conocido por los primeros principios de la mecánica.

§ 84

Cómo subsana esta dificultad la estimación cartesiana

Es necesario indicar cuán ventajosamente subsana la esti- 32
mación cartesiana de las fuerzas la dificultad a la que sucumbe la leibniciana, como ahora hemos visto.

Sabido es por las matemáticas que la pequeña línea *ac* 36
(Fig. 13.), que es igual y paralela al *Sinui verso bi* del arco

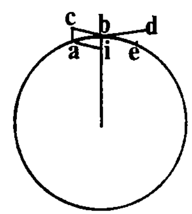

Figura 13

infinitesimal *ab,* es un infinitésimo de segundo orden, y por tanto infinitamente menor que el segmento infinitesimal *ab.* Ahora bien, *ac* es el *Sinus* del ángulo con que el 90,4
cuerpo al moverse circularmente se opone por doquier a la presión gravitatoria, y *ab,* como parte infinitesimal del movimiento absoluto del cuerpo mismo, es el *Sinus totus* de éste. Pero se sabe, por el antes demostrado § 79, que si 7
un movimiento actúa en un movimiento oblicuo contra un cierto obstáculo de tal manera que el *Sinus* del ángulo de incidencia es continuamente infinitesimal con respecto al *Sinus totius,* la fuerza perdida a través del obstáculo es

en la estimación cartesiana infinitamente pequeña en
comparación con la potencia total de todos los obstáculos
vencidos. Por tanto, el cuerpo en su movimiento circular 13
no pierde por la presión de la gravedad una fuerza finita
hasta que ha vencido en la suma global de todas las reten-
ciones gravitatorias una fuerza que es infinitamente
grande. Ahora bien, la suma de todas las presiones gravi- 16
tatorias sólo asciende, a lo largo de un tiempo finito a una
fuerza finita (§ 80, *Lemma 3*), y por consiguiente no llega
a una fuerza infinita más que después de un tiempo infi-
nito; por tanto, el cuerpo que se mueve circularmente alre-
dedor de un centro hacia el que es arrastrado por su grave-
dad, sólo pierde por los obstáculos de la gravedad una
fuerza finita en un tiempo infinito, y por consiguiente en
cada tiempo finito, infinitamente poco. En cambio, con la 23
estimación leibniciana, en las mismas circunstancias la
pérdida ascendería a algo finito en cada tiempo finito (§
80); por consiguiente la estimación cartesiana no está so-
metida en este caso a la dificultad que, como hemos visto,
afecta siempre a la leibniciana.

§ 85

Otra nueva contradicción a la que están expuestas aquí las fuerzas vivas

La objeción que hemos hecho ahora a las fuerzas vivas 29
descubre a la vez un tipo peculiar de contradicción en la
estimación de las fuerzas por el cuadrado. Porque todos 32
están de acuerdo en que la fuerza estimada por el *Rectan-
gulo* de la velocidad multiplicada por sí misma tiene que
tener infinitamente más potencia que la que se expresa
sólo por la simple medida de la velocidad, y en que con
respecto a ésta última, aquélla es lo que la superficie en
comparación con la línea. Pero aquí parece justo lo con- 91,2
trario, o sea, que en el caso que hemos visto de que ambas
clases de fuerza se ponen a actuar en idénticas circunstan-
cias, la leibniciana puede infinitamente menos que la car-
tesiana, y es anulada por un obstáculo infinitamente más
pequeño que ésta, lo cual es la mayor contradicción que
cabe concebir.

§ 86

La destrucción del principio general según el cual se en- 9
cuentra la misma cantidad de fuerza en el movimiento
compuesto y en el simple, desbarata simultáneamente mu-
chos otros casos que los mantenedores de las fuerzas vivas
han levantado sobre el mismo principio.

Refutación del caso de Bernoulli sobre la compresión de cuatro resortes iguales

El caso de *Bernoulli,* que *Wolff* menciona en su mecá- 13
nica, es uno de los más conspícuos entre ellos. Supone 4 15
resortes que necesitan la misma fuerza para ser apretados.
A continuación hace colisionar un cuerpo con 2 grados de 16
velocidad contra el primer resorte bajo un ángulo de 30
grados, cuyo *Sinus* es 1; luego, con el exceso de movi-
miento, contra el segundo, bajo un ángulo cuyo *Sinus* sea
igualmente 1; y así también contra el tercero, y por último
perpendicularmente contra el cuarto. Este cuerpo aprieta 22
cada uno de estos resortes; por tanto, ejerce 4 grados de
fuerza con dos grados de velocidad; por consiguiente los
ha tenido, porque de otro modo no podría haberlos ejer-
cido. De aquí que la fuerza de este cuerpo sea no como su 24
velocidad, 2, sino como el cuadrado de la misma.

Yo no pretendo afirmar que el cuerpo bajo ninguna cir- 27
cunstancia pueda ejercer 4 grados de fuerza con 2 grados
de velocidad. Sin embargo, sólo puede ejercerla en una co- 29
lisión oblicua, y basta que hayamos demostrado que su
fuerza es siempre solamente como dos al colisionar fron-
talmente, y que siempre es mayor en el movimiento obli-
cuo que en el perpendicular. Pero todos estiman la fuerza 32
de un cuerpo por la potencia que puede encontrarse en él
en un choque directo. Por tanto, en el tipo de acción en 34
que todos los adversarios concuerdan inequívocamente
que radica la verdadera medida de la fuerza, la ventaja
está del lado de Descartes frente al partido de las fuerzas
vivas.

§ 87

Por último, un caso todavía se basa en la composición del 92,4
movimiento, el cual bien podría denominarse el talón de
Aquiles de nuestros adversarios.

Objeción de Mairan contra el caso de Hermann

Consiste en esto: un cuerpo *A,* que tiene una masa 1 y 7
una velocidad 2, choca a la vez con dos cuerpos *B* y *B,* que

tienen ambos una masa 2, bajo un ángulo de 60 grados. El 10
cuerpo colisionante *A* queda en reposo después del cho-
que, y los cuerpos *B* y *B* se mueven cada uno con un grado
de velocidad, por consiguiente, con cuatro grados de
fuerza ambos en total.

Mairan ha percibido muy atinadamente cuán extraño y 14
paradógico resulta que un caso especial y limitado a cier-
tas circunstancias haya de demostrar una nueva estima-
ción de las fuerzas, que sin embargo, si fuera verdadera,
tendría que manifestarse indiferentemente en todas y cada
una de las circunstancias. Los leibnicianos tienen la osa- 18
día de pretender que, si un cuerpo ejerce 4 grados de
fuerza de cualquier modo que sea, cabe siempre decir con
seguridad que también ejercerá dicha fuerza en dirección
perpendicular; pero en el presente caso salta a la vista que
todo depende de un cierto número de elementos que de-
ben ser movidos, y de una determinada posición de los
mismos con respecto al cuerpo colisionante, y que por
consiguiente el asunto cambiaría por completo si fuesen
modificadas estas determinaciones, y por tanto es un gran
error concluir que, si el cuerpo ha ejercido en estas cir-
cunstancias esta o aquella fuerza, también ha de tener (ha-
blando sin ninguna reserva) esta o aquella fuerza, librán-
dola, si se quiere, en una acción directa.

Sólo he querido esforzarme aquí en exponer el sentido 31
de la idea de Mairan, que opone al caso de Hermann en su
respuesta a las objeciones que le había hecho la Marquesa
de Châtelet en su física. Pero me parece que todo el asunto 34
puede ser despachado mucho más fácil y convincente-
mente por medio de lo que hasta ahora hemos apuntado
respecto al análisis y composición de las fuerzas, y en su
mayor parte ya está despachado con ello; por lo cual creo
que el lector de estas páginas me dispensará fácilmente de
mayor prolijidad, mediante una referencia a lo que con
esto he recordado.

§ 88

Mairan es el único entre los defensores de Descartes que 93,6
ha formulado algunas consideraciones sobre la elección
de los principios en los que quieren basar los leibnicianos
una nueva estimación de las fuerzas; pero sólo lo ha hecho

en el caso que hemos citado en el § anterior. Este tipo de 10
investigación no parece tener mucha importancia, si se
considera por encima, pero en realidad es extraordinaria-
mente provechoso, tanto como sólo un método puede
serlo en el arte de pensar.

Utilidad de este método de Mairan

Hay que tener un método mediante el cual se pueda 14
comprobar en cada caso, por medio de una ponderación
general de los principios que sostienen una opinión deter-
minada, y de la comparación de la misma con las conse-
cuencias que de ellas se sacan, si la naturaleza de las pre-
misas encierra en sí todo lo que las teorías derivadas de
ellas requieren. Esto ocurre cuando se observa con exacti- 20
tud las determinaciones que dependen de la naturaleza del
razonamiento, y se pone mucha atención en si también se
ha elegido en la construcción de la demostración princi-
pios que se ciñan a las determinaciones especiales que se
hallan en la conclusión. Si no se encuentra esto así, puede 25
creerse con seguridad que estos razonamientos, siendo de
tal modo defectuosos, nada demuestran, aunque no
pueda descubrirse aún dónde radica propiamente la falta,
y aun cuando ésta no se conozca jamás. Así, p. ej., he de- 29
ducido de la ponderación general del movimiento de los
cuerpos elásticos que es imposible que los fenómenos que
se manifiestan en sus choques puedan demostrar una
nueva estimación de las fuerzas distinta de la cartesiana.
Porque recordé que los mecánicos resuelven todos estos 33
fenómenos tomando como fuente única el producto de la
masa por la velocidad, junto con la elasticidad; de lo que
se puede mostrar a los leibnicianos cien pruebas compues-
tas por todos los grandes geómetras, y que innumerables
veces han confirmado ellos mismos con su asentimiento.
Por tanto, concluí, lo que es un mero producto de la fuerza **94**,3
estimada según la simple medida de la velocidad, no
puede tampoco ofrecer una demostración de ninguna
otra estimación más que la de por la velocidad. Entonces 7
no sabía aún dónde había que buscar propiamente el de-
fecto en los razonamientos de los leibnicianos sobre el
choque de los cuerpos elásticos; pero una vez que me con-
vencí del modo indicado de que tenía que darse en ellos al-
gún sofisma en algún lado, por muy oculto que estuviese,
apliqué toda mi atención a buscarlo, y me parece haberlo
encontrado en más de un lugar.

Este método es la fuente principal de todo este trabajo

En una palabra: todo este tratado es única y exclusiva- 14
mente un producto de este método de pensar. Confieso 16
sinceramente que al principio he considerado todas las demostraciones en favor de las fuerzas vivas, cuya debilidad creo comprender ahora perfectamente, como otras tantas demostraciones geométricas, en las que no sospechaba el más mínimo fallo, y tal vez no hubiera encontrado nunca ni uno solo, si no hubiera dado un impulso completamente diferente a mi consideración el examen global de las condiciones bajo las que se establece la estimación de
Leibniz. Vi que la condición de esta medida de las fuerzas 24
es la realidad del movimiento, y que constituye la causa propia por la que la fuerza del cuerpo en movimiento no debe ser estimada como la fuerza del que trata de moverse.
Pero cuando hube ponderado la naturaleza de esta condi- 27
ción, comprendí fácilmente que, como puede englobarse en un mismo género con la condición de la fuerza muerta, y sólo se diferencia de ésta cuantitativamente, es imposible que pueda tener una consecuencia *toto genere* diferente de la consecuencia de las condiciones de una fuerza muerta, y que continúa siendo infinitamente diferente, incluso cuando la condición que es causa de esta consecuencia se acerque tanto a la otra que ya casi se confunda con
ella. Por tanto, comprendí con una certidumbre que no 35
cede en absoluto a la geométrica, que la realidad del movimiento no puede ser un motivo suficiente para concluir que las fuerzas del cuerpo en ese estado tengan que ser como el cuadrado de su velocidad, dado que no se miden más que por la velocidad de un movimiento de una duración infinitesimal, o, lo que es lo mismo, en el caso de un
mero conato del mismo. De aquí concluí que, si la mate- **95**,5
mática tiene como base de la estimación por el cuadrado la realidad del movimiento y nada más, sus conclusiones
tienen que ser muy cojas. Provisto de esta fundada des- 8
confianza respecto a todas las demostraciones leibnicianas, ataqué los argumentos de los defensores de esta estimación, para, además de lo que ya sabía, que tenían que existir defectos en ellos, saber también dónde estaban.
Creo no haber fracasado por completo en mi empeño. 12

§ 89

La falta de este método ha motivado que ciertos errores manifiestos hayan permanecido ocultos durante mucho tiempo

Si se hubiera aplicado siempre este modo de pensar, se ha- 14
brían podido ahorrar en la filosofía muchos errores; al menos habría habido un medio para librarse de ellos mu-
cho más temprano. Casi me atrevo a decir que la tiranía 18
del error sobre el entendimiento humano, que a veces ha durado durante siglos enteros, ha provenido particularmente de la ausencia de este método o de otros emparentados con él, y que desde ahora hay que aplicarlo antes que los demás, a fin de prevenir en el futuro aquella calami-
dad. Vamos a demostrar esto. 24

Cuando se cree haber demostrado cierta opinión me- 25
diante determinados argumentos que ocultan en alguna parte un defecto muy manifiesto, y no se tiene otro medio para comprobar la invalidez de la demostración, salvo que primero se descubra el defecto que en ella se esconde, y que por tanto se tenga que saber previamente cuál es el defecto que desvirtúa la demostración, antes de que quepa decir que hay uno en la misma; cuando, digo, no se tiene otro método que éste, afirmo que el error permanecerá encubierto durante muchísimo tiempo, y que la demostración engañará innumerables veces antes de que se aclare el
fraude. La causa de ello es lo siguiente. Supongo que si las 35, 35
tesis y conclusiones que figuran en una demostración son perfectamente manifiestas y tienen la apariencia de las verdades más notorias, el entendimiento la aprobará y no se pondrá a buscar en ella larga y penosamente un defecto, porque entonces la demostración, con respecto al convencimiento que se origina en el entendimiento, vale tanto como otra dotada de rigor y exactitud geométricas, y el defecto oculto bajo las conclusiones, al no ser percibido, disminuye tan poco el asentimiento como si no existiese
en absoluto en la demostración. Por tanto, el entendi- **96**,19
miento tendría que, o bien no aceptar nunca ninguna demostración, o bien hacerlo donde no divise nada que se parezca a un defecto, esto es, donde no sospeche ninguno,
aun cuando estuviese oculto. Por tanto, en un caso así no 13
dedicará nunca un esfuerzo especial a la búsqueda de algún defecto, porque no tiene ningún motivo para ello; por consiguiente, el mismo no será detectado más que gracias a una casualidad afortunada; por tanto, generalmente permanecerá oculto mucho tiempo antes de ser descu-

bierto, pues esta feliz casualidad puede no presentarse en
muchos años, con frecuencia en siglos enteros. Este es
poco más o menos el origen principal de los errores que 19
han perdurado, para vergüenza del entendimiento hu-
mano, durante mucho tiempo, y que más tarde ha descu-
bierto una sencillísima consideración. Porque el defecto 22
encerrado en una demostración parece a primera vista
una conocida verdad, por tanto la demostración es consi-
derada como perfectamente rigurosa, por lo que no se sos-
pecha ningún defecto en la misma; ni en consecuencia
tampoco se busca y, por ello, no se encuentra más que de 27
forma casual. De aquí se desprende fácilmente dónde hay
que buscar el secreto que evite esta dificultad, y que nos
facilite el descubrimiento de los errores que se hayan co- 30
metido. Tenemos que poseer el arte de adivinar y conjetu-
rar a partir de las premisas, si una demostración estructu-
rada de un modo determinado va a contener, de cara a la
conclusión, los principios necesarios y suficientes. De este 34
modo comprobaremos si tiene que haber en él un defecto,
aunque no lo divisemos por ningún lado; pero entonces
estaremos dispuestos a buscarlo, porque tendremos un
motivo suficiente para sospecharlo. Por tanto, esto será 97,1
una defensa contra la peligrosa propensión al asenti-
miento, que sin este estímulo apartaría toda la actividad
intelectual de la investigación de un objeto en el que no en-
cuentra ningún motivo para dudar y desconfiar. Este mé-
todo nos ha ayudado en los *Paragraphis* 25, 40, 62, 65 y
68, y todavía nos prestará buenos servicios más adelante.

Cómo debe disponerse el medio para evitar la persistencia del error

§ 90

Sería una consideración muy provechosa exponer este 9
método algo más claramente y mostrar las reglas de su
aplicación; pero este tipo de investigación no pertenece a
la jurisdicción de las matemáticas, a las que propiamente
debería corresponder por completo este tratado. De todos 13
modos vamos a exponer una prueba de su utilidad refu-
tando los argumentos que se han extraído de la composi-
ción de movimientos en favor de las fuerzas vivas.

En la composición de las presiones muertas, p. ej., de 17
los pesos que tiran de un nudo en direcciones oblicuas, si
estas direcciones determinan un ángulo recto, las veloci-

dades iniciales del mismo se expresan también mediante
líneas que son lados de un rectángulo, y la presión resul-
tante se representa mediante la diagonal. Aunque aquí el 22
cuadrado de la diagonal sea igual a la suma de los cuadra-
dos de los lados, no se sigue de ningún modo de ello que la
fuerza compuesta vaya a ser a una de las componentes,
como el cuadrado de las líneas que expresan las velocida-
des iniciales; sino que todo el mundo está de acuerdo en
que, a despecho de ello, las fuerzas están en este caso sólo
en proporción simple de las velocidades. Tómese ahora la 29
composición de los movimientos reales, tal como se repre-
senta mediante la matemática, y compárese con esto. Las 31
líneas que integran los lados y la diagonal del paralelo-
gramo no son otra cosa que las velocidades en esas direc-
ciones, del mismo modo que ha sucedido en el caso de la
composición de presiones muertas. La diagonal guarda 34
con respecto a los lados la misma proporción que tiene
allí, y el ángulo también es el mismo. Por tanto, en nada se 36
diferencian las determinaciones que forman la represen-
tación matemática de los movimientos reales compuestos
de las que representan en esta misma ciencia la composi-
ción de las presiones muertas. Como de ésta no se deriva **98**,4
ninguna estimación de las fuerzas por el cuadrado de la
velocidad, tampoco podrá ser deducida de aquéllas; ya
que los conceptos primitivos son los mismos, y por tanto
también tienen consecuencias iguales. Todavía se objetará 8
que puede encontrarse una clara diferencia entre ellas,
porque se supone que una de ellas es una composición de
movimientos *reales,* mientras que la otra es sólo una com- 11
posición de fuerzas *muertas.* Pero esta suposición es vana 12
e inútil. No forma parte del plan de los conceptos funda-
mentales que integran el teorema; ya que las matemáticas
no expresan la realidad del movimiento. Las líneas que 14
son objeto de la consideración, sólo son representaciones
de la proporción de las velocidades. Así pues, la limitación 16
de la *realidad* del movimiento únicamente es aquí un con-
cepto muerto y ocioso, que sólo se menciona marginal-
mente y del que nada se deduce en la consideración mate-
mática. De esto resulta que no puede concluirse nada fa- 19
vorable a las fuerzas vivas a partir de este tipo de investiga-
ción de los movimientos compuestos; sino que tiene que
haber entremezclados razonamientos *filosóficos,* que
ahora no son pertinentes. De este modo, mediante la 23

ayuda de nuestro preciado método hemos comprendido
ahora que las demostraciones matemáticas de las fuerzas
vivas a partir de la composición de los movimientos son
falsas y completamente defectuosas, aunque aún no sabe-
mos cuáles son los defectos, pero sin embargo tenemos
una fundada presunción, o mejor, una firme convicción
de que indefectiblemente los habrá. Por tanto, no pode- 29
mos cejar en el empeño de buscarlos con seriedad. He li-
brado de este trabajo a mis lectores, porque me parece que 30
he encontrado estos defectos y los he mostrado en el *Para-
graphis* precedente.

§ 91

Por último, nuestro método es también una espada contra 34
todos los nudos de sutilezas y distinciones con que *Bilfin-
ger* ha querido proteger sus conclusiones, que hasta aquí
hemos refutado, contra una objeción que pueden hacerle
sus adversarios. Para nosotros es una gran ventaja poder 99,1
cortarlos, pues de otro modo sería muy penoso desa-
tarlos.

Las distinciones de Bilfinger, con que quiere escapar a la objeción de Mairan, son suprimidas en virtud de este método

Bilfinger ha notado muy bien que se le objetaría que sus 4
demostraciones, si fuesen correctas, tendrían que probar
lo mismo respecto a la composición de las fuerzas muer-
tas. Pero se ha asegurado por este lado como sólo él sabe 7
hacerlo, por medio de un bastión de enmarañadas distin-
ciones metafísicas. Observa que la acción de la fuerza 10
muerta tiene que estimarse mediante el producto de la in-
tensidad por el camino que sigue; pero esto es expresado
por el cuadrado de esta línea; por tanto, se puede conceder
a los cartesianos que las acciones sean iguales en la com-
posición de presiones muertas; pero de aquí tampoco se
sigue que por eso tuvieran que ser también iguales las
fuerzas. Añade: *in motibus isochronis solum actiones* 16
sunt ut vires, non in nisu mortuo. Una investigación meta- 18
física produce un efecto singular en una controversia ma-
temática. El matemático piensa que no entiende de estas 19
sutilezas y, aunque no sea capaz de resolverlas, está muy
lejos de desconcertarse por ellas. Sigue el hilo conductor 22
de la geometría, y para él todos los demás caminos son
sospechosos. Justamente así se han conducido los geóme- 24
tras con respecto a los subterfugios de Bilfinger. Todavía 25
no ha aceptado nadie estas armas, que yo sepa. Se han 26
ahorrado previsoramente este trabajo; porque una investi-
gación metafísica, especialmente si es tan enmarañada y
complicada, abre siempre innumerables escondrijos por
todas partes, por donde uno puede escaparse del adversa-
rio, sin que el otro esté en situación de seguirle o sacarle.
Hemos hecho muy bien en haber atacado desde el princi- 31
pio los argumentos de Bilfinger por el lado en que, según
su propia confesión, únicamente la matemática tiene la
palabra. Pero gracias a nuestro método, como ya he dicho, 34
dominamos también estas distinciones, aunque se hayan
ocultado bajo un velo de obscuridad tan impenetrable. 37

Nuestro método previene las distinciones de Bilfinger

Aquí la pregunta es, ante todo, si las distinciones de Bil- **100**,1
finger pueden dar validez a la demostración matemática
que él ha tomado de la proporción de la diagonal con res-
pecto a los lados en la composición de los movimientos
reales, o si a pesar de todo esta demostración matemática
no puede ofrecer ninguna defensa de la nueva estimación.
Este es propiamente el punto que se discute; porque si el 8
sistema de Bilfinger descansa tan sólo en principios meta-
físicos y no se apoya en los conceptos matemáticos de la
composición de los movimientos, el propósito de este ca-
pítulo nos disculpa si no nos aventuramos en la investiga-
ción de los mismos. Pero la proporción de la velocidad 13
diagonal con respecto a las velocidades laterales en la
composición de *movimientos reales* se prueba por el
mismo principio del que se deriva igualmente esta propor-
ción en la composición de presiones muertas. Por tanto, es 17
cierta, aun cuando no se den en los movimientos reales
compuestos otras propiedades y determinaciones que las
que se encuentran en las presiones muertas, porque puede
demostrarse suficientemente, sin que sea necesaria otra
cosa que lo que hay que postular también en el caso de las
presiones muertas compuestas. Así pues, a partir de la 23
proporción de la velocidad diagonal en los movimientos
reales, no puede concluirse que las fuerzas compuestas
hayan de tener otra naturaleza y tipo de estimación que las
presiones muertas; porque se da la misma proporción,
aun cuando la naturaleza de las fuerzas compuestas no se
diferencia en absoluto de las presiones muertas; porque
no se necesitan otros principios para demostrarlo que los
que también serían precisos aquí. Por consiguiente, es 30
inútil que Bilfinger se quiera servir de las mismas para

concluir que las fuerzas no están en proporción de las velocidades, sino de sus cuadrados.

Según esto, las distinciones metafísicas que ha utilizado 33
este filósofo pueden a lo mejor ofrecer algo a partir de lo
cual una reiterada reflexión filosófica podría extraer algu-
nos principios en favor de las fuerzas vivas; pero no son
suficientes para mantener la demostración matemática de
que hablamos, porque ya por su índole dejan indetermi-
nado lo que se requiere para la regla que de allí se quiere
extraer.

§ 92

Un caso especial de composición de Leibniz

Después de todos estos diferentes tipos de demostración, **101**,4
cuya invalidez hemos mostrado a los defensores de las
fuerzas vivas, paso por último a la que tiene como autor al
propio *Leibniz,* el padre de las fuerzas vivas, y lleva tam-
bién la marca de su agudeza. La presentó al público por 9
primera vez en las *Actis Eruditorum,** con ocasión de re-
solver las objeciones de *Catelan.* También se refirió en 11
particular a ella más tarde, siempre que quería aclarar su
estimación de las fuerzas; por tanto la consideraremos
como un punto de apoyo capital de las fuerzas vivas, y la
tendremos que eliminar como tal.

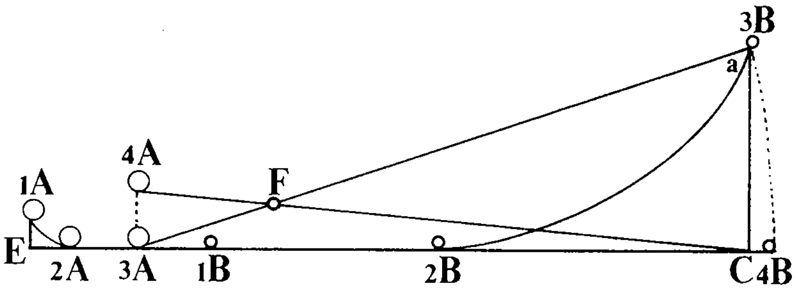

Figura 14

Una bola *A* (Fig. 14.) de masa cuádruple, cae por un 15
plano inclinado y curvado, cuya altura 1*AE* es 1, de 1*A* a
2*A,* y prosigue su movimiento sobre el plano horizontal
EC con el grado de velocidad que ha alcanzado al caer, y
que es 1. Se supone además que transmite toda la fuerza 19
que tiene a una bola *B* de masa simple, y después se para

* Acta 1690.

101,34

en el punto 3*A*. Ahora bien, ¿qué velocidad deberá alcan- 21
zar la bola *B,* que tiene 1 de masa, de la bola *A,* que tiene
una masa 4 veces mayor y un simple grado de velocidad, si
su fuerza debe igualarse a la que tenía el cuerpo *A?* Los 25
cartesianos dicen: su velocidad tendrá que ser cuádruple.
Por tanto, el cuerpo *B* corre con 4 grados de velocidad so- 26
bre el plano horizontal de 1*B* a 2*B,* y luego, al encontrar
allí el plano inclinado y curvo 2*B* 3*B,* lo sube y alcanza so-
bre el mismo, mediante la velocidad inherente a él, el
punto 3*B,* cuya altura perpendicular 3*BC* es 16. Además, 31
se supone la balanza inclinada 3*A* 3*B,* que gira alrededor
del punto *F,* y cuyo brazo *F* 3*B* es cuatro veces y pico más
largo que el otro brazo 3*A F,* conservando, no obstante, el
equilibrio entre ambos. Ahora, si el cuerpo *B* alcanza el **102**,1
punto 3*B* y allí pisa el brazo de la balanza, está claro que,
como el brazo *F* 3*B* es algo mayor respecto al otro 3*A F,*
que la masa del cuerpo en 3*A* en comparación con la masa
de la bola en 3*B,* se romperá el equilibrio y el cuerpo *B* se
precipitará de 3*B* a 4*B;* pero al mismo tiempo la bola *A* se 7
elevará de 3*A* a 4*A*. Pero la altura 4*A* 3*A* es casi la cuarta
parte de la altura 3*BC,* o sea, 4; por tanto, el cuerpo *B* ha
elevado de este modo la bola *A* aproximadamente a una
altura cuádruple. Ahora puede hacerse, mediante un sen- 10
cillo artificio mecánico, que la bola *A* vuelva de 4*A* a 1*A* y
produzca ciertos efectos mecánicos con la fuerza obtenida
mediante su caída, después recorra otra vez el plano incli-
nado 1*A* 2*A* desde el punto 1*A* y ponga todo en el estado
anterior, transmitiendo también como antes toda su
fuerza a la bola *B,* que puede estar de nuevo en el punto
1*B,* mediante una inclinación insignificante de la superfi-
cie 2*B* 4*B,* y realizarse todo otra vez. Leibniz prosigue 18
razonando: por tanto, de la estimación de las fuerzas de
Descartes se sigue que un cuerpo, con sólo que se sirva
bien de su fuerza, puede producir más y más efectos inde-
finidamente: empujar máquinas, apretar resortes y vencer
obstáculos, sin perder nada de su capacidad, sin cesar de
seguir obrando; se sigue, por tanto, que el efecto puede ser
mayor que su causa, y que es posible el movimiento perpe-
tuo, que todos los mecánicos consideran absurdo.

§ 93

Punto sofístico de esta demostración

Entre todas las justificaciones de las fuerzas vivas, esta de- 27
mostración es la única cuya apariencia podría disculpar la
precipitación que han demostrado los leibnicianos con
respecto al mantenimiento de su estimación. Bernoulli, 31
Hermann y Wolff no han dicho nada que se le iguale en in-
geniosidad y aparente fuerza. Un hombre tan grande 32
como Leibniz no podía equivocarse, sin que fuera memo-
rable hasta la misma idea que le indujo al error. Con res- 35
pecto a esta demostración, diremos lo que en Virgilio pon-
dera de sí mismo Héctor: 36
103,1

----- Si Pergama dextra
defendi possent, etiam hac defensa fuissent.
Virg. Aeneid.

Voy a decir brevemente mi juicio al respecto. Leibniz no 4, 4
hubiera debido decir que la caída de la bola *A*, después de
haber sido elevada por medio de la balanza a la altura cuá-
druple 4*A* 3*A* y de haber retornado de 4*A* al plano incli-
nado 1*A*, pero antes de que ejerza fuerzas mecánicas, sea
un efecto de la fuerza transmitida a la bola *B*, por mucho
que parezca serlo. Ciertamente esta fuerza mecánica de- 10
sarrollada es, como pronto veremos, el estado subsi-
guiente del mecanismo que ha sido originado por medio
de la fuerza transmitida a *B*; pero a pesar de todo no es un
efecto de esta fuerza. Debemos evitar muy cuidadosa- 13
mente la confusión de estas dos nociones, pues aquí está el
sofisma en el que radica toda la claridad que se manifiesta
en la demostración leibniciana. Porque, si todas estas con- 16
secuencias mecánicas no son un efecto genuino de la
fuerza que el cuerpo *A* ha transmitido al *B*, desaparece de
golpe todo el aspecto paradójico, aun cuando se diga que
hay contenido algo más en el estado posterior del meca-
nismo que en el precedente. Porque no por esto es mayor 21
todavía el efecto que su causa, ni el movimiento perpetuo
mismo es en este caso un absurdo, porque el movimiento
producido no es el verdadero efecto de la fuerza, que pro-
piamente sólo lo ha ocasionado, y por consiguiente siem-
pre puede, sin violar la ley fundamental de la mecánica,
ser mayor que ésta.

§ 94

La fuerza que adquiere *A* por la disposición del mecanismo, no es un efecto producido por la fuerza del cuerpo *B*

El cuerpo *B*, al que se ha transmitido toda la fuerza de la 28
bola *A*, la emplea por completo en remontar el plano in-
clinado 2*B* 3*B*. Por tanto, en el punto 3*B* ha completado 30
toda su acción y también ha disipado toda la fuerza que se
le comunicó. Al descansar allí sobre el brazo de la ba- 33
lanza, no levanta el cuerpo que está en 3*A* con la fuerza
anterior, sino que este efecto lo produce solamente la po-
tencia renovada de la gravedad, mientras que la fuerza que
B había recibido de la bola *A* no tiene parte alguna en esto.
Cuando más tarde la bola *A* ha sido elevada hasta 4*A*, la **104**,1
fuerza preponderante de la bola 3*B* ha ejercido también de
este modo toda su acción, y la fuerza que recibe el cuerpo
B al retornar de 4*A* a 1*A* es otra vez un efecto de una nueva
causa, completamente diferente de la actividad de la pa-
lanca, y también mucho mayor que la misma, a saber, de
la presión de la gravedad, que se comunica al cuerpo en
caída libre. Por tanto, la fuerza con que el cuerpo *A* pro- 8
duce efectos mecánicos antes de llegar de nuevo al punto
1*A* es algo que ciertamente ocasiona mediante la fuerza de
la bola *B*, que ha sido transferida a ciertas causas mecáni-
cas; pero ella misma no es la causa productora.

§ 95

Confirmación de esto

Puesto que los leibnicianos quieren poner siempre tanta 15
fuerza en el estado sucesivo que resulta en la naturaleza
como se contiene en el precedente, me gustaría saber
cómo tratarían de sobreponerse a la objeción que puede
hacérseles a partir de sus propias demostraciones.
Cuando coloco la bola *B* en 3*B*, sobre la balanza, y en con- 20
secuencia oprime allí el brazo y eleva el cuerpo *A* de 3*A* a
4*A*, éste es el estado de la naturaleza precedente; mientras
que la fuerza que adquiere *A* después, al caer de nuevo
desde 4*A*, es el estado subsiguiente, que es originado por
el anterior. Sin embargo, en el segundo se encierra mucha 24
más fuerza que en el primero. Porque el predominio del 25
cuerpo que está en 3*B* sobre el cuerpo en 3*A* puede ser in-
significante en relación a su propio peso, y por tanto la ve-
locidad con que se eleva el cuerpo de 3*A* puede ser suma-
mente pequeña frente a la velocidad que adquiere en la

caída libre de $4A$ a $1A$, porque aquí se acumulan las pre-
siones íntegras de la gravedad, mientras que allí unas que
son insignificantes con respecto a éstas. Por tanto, el es- 32
tado subsiguiente de la fuerza que hay en la naturaleza es
incontestablemente mayor que el precedente que lo ha ori-
ginado. 34

§ 96

Demostración de esto mismo por el principio de continuidad

Todo depende aquí principalmente de persuadirse de que **105**,2
la fuerza que posee B con 4 grados de velocidad no es la
causa productora del efecto que se manifiesta en el meca-
nismo, tal como tienen que suponer los leibnicianos, si
quieren mostrar un absurdo en la ley de Descartes. Porque 7
si fuese así, cuando se amenguara un poco sólo esta causa,
el efecto disminuiría asimismo muy poco. Pero en este me- 9
canismo ocurre algo muy diferente. Si suponemos que el 10
cuerpo en $1B$ tiene algo menos que 4 grados de velocidad,
sólo llegará hasta el punto *a*, sobre el plano curvado $2Ba$,
lugar donde la longitud $3AF$ de uno de los brazos de la ba-
lanza supone exactamente la cuarta parte de la longitud
del otro brazo y en donde, por consiguiente, el peso del
cuerpo B no mueve la palanca, ni desplaza de su sitio en lo
más mínimo el cuerpo de $3A$. Por tanto, cuando B tiene 16
una porción menos de fuerza, que puede suponerse tan
pequeña que apenas haya que tenerla en cuenta, el cuerpo
de $3A$ no adquiere ya fuerza alguna; mientras que, tan
pronto como se añade este poco, el cuerpo de $3A$ no sólo
recuperará la fuerza que tenía al principio, sino mucha
más. Es evidente que este salto no hubiera ocurrido si la 22
fuerza del cuerpo en $3B$ fuese la verdadera causa produc-
tora del estado que se manifiesta en el mecanismo.

§ 97

Cuantía íntegra de la razón suficiente en la situación precedente

Si se considera la disposición de la palanca en este meca- 27
nismo y su determinación geométrica con respecto a la
proporción de los cuerpos; si a esto se añade todavía el ex-
ceso de la proporción de la altura $3B\ 4B$ respecto a la al-
tura $1AE$ sobre la proporción de la masa del cuerpo B res-
pecto a la masa A (pues la altura $3B\ 4B$ es 16 veces la altura

$1AE$, mientras que la masa de A es sólo 4 veces la de B), se
tienen todas las determinaciones que han ocasionado la
fuerza en A; tómense además las presiones de la gravedad,
que se activan por medio de la disposición favorable de las
determinaciones geométricas, y así se tiene el compendio
completo de todas las razones suficientes en las que se en-
cuentra de nuevo perfectamente la cantidad de fuerza que
se origina en A. Si de aquí se aísla la fuerza particular del **106**,4
cuerpo B, no es extraño que resulte demasiado pequeña
para explicar la razón de la fuerza que se introduce en A.
Todo lo que el cuerpo B hace es adquirir, al mismo tiempo 7
que vence las retenciones de la gravedad, una cierta moda-
lidad, esto es, una cierta cantidad de altura, la cual es
mayor según la proporción de su velocidad y, por consi-
guiente, de su masa.

Así pues, la fuerza del cuerpo B no es la verdadera causa 11
productora de la fuerza que es engendrada en A; por
tanto, no será válido respecto de ella la gran ley de la mecá-
nica *effectus quilibet aequipollet viribus causae plenae;* y
de este modo siempre puede producirse un *movimiento*
perpetuo, sin que este principio sea violado en lo más mí-
nimo.

§ 98

Unica dificultad que todavía puede hallarse en el argumento leibniciano

Por tanto, todo lo que Leibniz puede oponernos con su ar- 19
gumento consiste en que, aun cuando no pueda demos-
trarse la completa imposibilidad del asunto, resulta a pe-
sar de todo muy irregular y antinatural que una fuerza
provoque otra mayor que ella, independientemente del
modo en que ello ocurra. El propio Leibniz se fija en este 24
aspecto:* *Sequeretur etiam causam non posse iterum res-*
titui suoque effectui surrogari; quod quantum abhorreat
a more naturae et rationibus rerum facile intelligitur. Et 27
consequens esset: decrescentibus semper effectibus, ne-
que unquam crescentibus, ipsam continue rerum naturam
declinare, perfectione imminuta, neque unquam resur-
gere atque amissa recuperare posse sine miraculo. Quae in 30
physicis certe abhorrent a sapientia constantiaque condi-
toris. No habría hablado con tanta suavidad, de no haber 31

* Act. Erud. 1691 p. 442. **106**,36

visto que la naturaleza del tema le imponía esta modera-
ción. Se puede estar bien seguro de que se habría abalan- 33
zado contra su enemigo con todo el estruendo de su pros-
cripción geométrica y con todo el poder de la matemática,
si su sagacidad no hubiese percibido esta debilidad. Pero 107,2
se vio obligado a refugiarse en la sabiduría de Dios, señal
inequívoca de que la geometría no le había proporcio-
nado ningún arma poderosa.

Nec Deus intersit, nisi dignus vindice nodus 5
inciderit ---- Horat. *de arte poët.*

Respuesta

Pero tampoco este pequeño baluarte tiene consistencia. 7
Aquí se habla únicamente de la estimación de las fuerzas 8
reconocida por las matemáticas, y no es extraño si la
misma no satisface perfectamente a la sabiduría de Dios.
Esta es una ciencia separada de todos los conocimientos, 11
que por sí sola no satisface suficientemente las reglas de la
corrección y la conveniencia, y que debe unirse a las doc-
trinas de la metafísica si ha de aplicarse cabalmente a la
naturaleza. La armonía que se encuentra entre las verda- 15
des es como la de una pintura. Si se aísla una parte, desa- 16
parece la concordancia, la belleza y el encanto, pues tie-
nen que verse todas a la vez para percibir todo eso. La esti- 20
mación cartesiana está en contra de los fines de la natura-
leza; por tanto no es la verdadera medida de las fuerzas de
la naturaleza; sin embargo, esto no impide que deba ser la
verdadera y legítima medida matemática de las fuerzas.
Porque los conceptos matemáticos de las propiedades de 23
los cuerpos y de sus fuerzas son muy diferentes de los con-
ceptos que se encuentran en la naturaleza, y basta con que
hayamos visto que la estimación cartesiana no se opone a
aquéllos. Pero tenemos que asociar las leyes metafísicas 27
con las reglas de la matemática, para determinar la verda-
dera medida de las fuerzas de la naturaleza; esto cubrirá
los huecos y satisfará mejor los propósitos de la sabiduría
divina.

§ 99

La objeción de *Papin*

Papin, uno de los más desacreditados antagonistas de las 32
fuerzas vivas, ha llevado el pleito de Descartes contra este
argumento de Leibniz muy desafortunadamente. Ha 35
abandonado el campo a su adversario corriendo campo a

través para mantener en cualquier parte un refugio que
haya de protegerle. Concede a Leibniz que, si se supone **108**,1
que el cuerpo *A* ha transmitido toda su fuerza al cuerpo *B*
resulta, de acuerdo con la estimación cartesiana, un movi-
miento perpetuo, y le admite de buen grado que este tipo
de movimiento es un absurdo: *Quomodo autem per trans-* 5
*lationem totius potentiae corporis a in corpus B iuxta
Cartesium obtineri possit motus perpetuus, evidentissime
demonstrat atque ita Cartesianos ad absurdum reductos
arbitratur. Ego autem et motum perpetuum absurdum* 8
*esse fateor, et Cl. Vir. demonstrationem ex supposita
translatione esse legitimam.* Una vez que ha arruinado su 10
causa de este modo, acude al subterfugio de negar la supo-
sición de su adversario, que es una pieza muy accidental
de su argumento, y desafiarle a desatar este nudo. Las si- 14
guientes palabras dan a conocer su opinión: *Sed hypothe-
sis ipsius possibilitatem translationis nimirum totius po-
tentiae ex corpore A in corpus B pernego, etc.* --- *.

§ 100

Leibniz ha desarmado de improviso a su adversario y no le 18
ha dejado la menor escapatoria. Le ha mostrado que la 19
transmisión real de la fuerza no es una pieza esencial de su
demostración, y que basta poner en *B* una fuerza que
pueda ser sustituida por la fuerza en *A*. Todo esto se puede 22
encontrar demostrado en el trabajo que ha incorporado a
las *Actis* y que hemos citado ya. Pero no puedo dejar de se- 24
ñalar un fallo de Leibniz, que en una disputa pública ha-
bría puesto la victoria en manos de su adversario. Con- 27
siste en que, para probar un pormenor del argumento, ad-
mite algo que, como él mismo recuerda, no pertenece pro-
piamente a lo esencial, pero que, de ser aceptado, aunque
verdaderamente prueba esa condición marginal, no obs-
tante subvierte el punto fundamental de la demostración.

Una falta de Leibniz

El caso es que *Papin,* al que no se le había metido en la 32
cabeza hacer otra reserva a la objeción de su adversario
que la imposibilidad de que un cuerpo comunique toda su
fuerza a otro, trató de poner en duda todos los artificios
con que Leibniz pensaba conseguir esto. Por ello rechazó **109**,3

* Act. 1691 pag. 9. **108**,35

con todo celo que el cuerpo cuádruple 1*A* (Fig. 15.) pueda comunicar toda su fuerza al cuerpo simple *B* mediante un choque contra una palanca perfectamente rígida 1*ACB* en el punto 1*A*, cuya distancia al punto de apoyo *C* es un

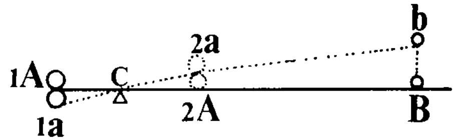

Figura 15

cuarto de la distancia *CB;* porque Leibniz se apoyaba en esto en el mantenimiento del ejemplo mecánico que hemos tratado. Papin no se dio cuenta del provecho que hu- 9
biera podido obtener su causa, de haber adoptado esta solución y haber argumentado a partir de la misma en contra de las fuerzas vivas. Así es que la tomó, pero con razo- 12
nes tan débiles, que animaron a su adversario a perseverar en el mantenimiento de la misma. Por tanto, Leibniz insis- 14
tió en la corrección de este artificio, del que creía poder servirse para transferir toda la fuerza de un cuerpo a otro, a través de un único choque. Recibió con agradecimiento 17
las razones que Papin había alegado para demostrar la falsedad de aquello, y eliminó las dificultades con que éste en cambio se figuraba frustrarlo. Creo que dijo con toda se- 20
riedad lo siguiente: *Cum Florentiae essem, dedi amico aliam ad huc demonstrationem pro possibilitate translationis virium totalium etc. corpore majore in minus quiescens, prorsus affinem illis ipsis, quae Clariss. Papinus ingeniosissime pro me juvando excogitavit, pro quibus gratias debeo, imo et ago sinceritate eius dignas.* Veremos 25
ahora que Leibniz ha dado un impulso muy dudoso a su causa, al perseverar rígidamente en el mantenimiento de esta tesis, que mejor hubiera debido conceder a su adversario; porque entonces habría perdido, ciertamente, algo secundario (cuya pérdida apenas podría producirle perjuicio alguno), pero habría conseguido lo principal. Pa- 31
pin hubiera podido y debido argumentar del modo que sigue, para atrapar a su adversario en sus propias afirmaciones.

Demostración de que un cuerpo cuádruple puede comunicar, mediante un choque contra una palanca, 4 grados de velocidad a otro simple

Si el cuerpo cuádruple 1*A* choca contra la palanca con un 33
grado de velocidad en 1*A*, salta a la vista que transferirá mediante este choque toda su fuerza y velocidad a otro cuerpo, 2*A*, que tiene la misma masa y está igualmente alejado del fulcro. Pero como esta velocidad con que 2*A* es 110,4
empujado es una continuación del movimiento con que la palanca, al empujar al cuerpo, recorre el espacio infinitesimal 2*A* 2*a*, la velocidad de este movimiento infinitesimal es igual a la velocidad del cuerpo empujado 2*A* y, por tanto, a la de 1*A* al chocar contra la palanca; con lo cual esta bola 1*A* oprimirá en su colisión la palanca el segmento infinitesimal 1*A* 1*a*, y ciertamente el mismo será recorrido con la misma velocidad con que *A* colisiona. Pón- 13
gase ahora en lugar del cuerpo 2*A* la bola *B*, que tiene cuatro veces menos masa que *A*, a una distancia cuádruple del fulcro *C*, y véase qué obstáculo supondrá entonces el cuerpo *B* para el cuerpo *A*, al tratar éste de oprimir la palanca de 1*A* a 1*a*. Sabido es que la *vis inertiae*, o resistencia 17
que un cuerpo opone mediante su fuerza de inercia en la trayectoria al movimiento de otro, es proporcional a su masa; ahora bien, una masa cuatro veces menor que está cuatro veces más alejada del fulcro es equivalente a la cantidad de otra cuatro veces mayor y cuatro veces menos alejada; por tanto, *B* opone en *B* la misma resistencia al choque del cuerpo 1*A* contra la palanca que habría opuesto el cuerpo 2*A* = 1*A* en 2*A*. Así pues, también en este caso, en 25
que la bola *B* se encuentra en vez de 2*A* sobre la palanca, el cuerpo 1*A* recorrerá el segmento infinitesimal 1*A* 1*a* junto con la palanca, y ciertamente con la misma velocidad que en el caso precedente, esto es, con la que el cuerpo colisiona en el punto 1*A*. Sin embargo, el cuerpo 1*A* no puede 29
oprimir la palanca de 1*A* a 1*a* sin que simultáneamente el otro extremo *B* se eleve de *B* a *b;* pero el segmento infinitesimal *Bb* es cuatro veces mayor que 1*A* 1*a;* por tanto, el cuerpo *B* adquirirá mediante este choque de la palanca una velocidad que es cuatro veces la de 1*A* al colisionar.

Lo mismo, demostrado de otro modo

Todo esto se evidencia aún de otro modo. Todos los 35, 35
cuerpos duros podemos representárnoslos como si fuesen elásticos, esto es, como si se deformasen al chocar, pero se recuperaran de nuevo; por tanto, podemos atribuir también a la palanca rígida 1*ACB* una fuerza elástica semejante. Por consiguiente, el cuerpo 1*A*, que colisiona contra 111,2
la palanca con 1 grado de velocidad, aplica toda su fuerza mientras aprieta el resorte 1*AC* y lo comprime el espacio 1*A* 1*a*. Ahora bien, los *momenta* de la velocidad que di- 5

sipa este resorte en el cuerpo 1*A* mediante su resistencia
durante todo el tiempo de esta presión, son iguales a los
momentis con que el resorte *C2A,* como brazo prolon-
gado de la palanca, se eleva simultáneamente en virtud de
este aplastamiento a través del espacio 2*A* 2*a;* con lo que,
si se prolonga esta línea rígida hasta *B,* los *momenta* de la
velocidad con que el resorte *CB* se eleva al restablecerse la
palanca 1*a CB* en la línea recta 1*a Cb,* son cuatro veces
mayores que los *momenta* con que se levanta en el punto
2*A* (pues el espacio *bB* que recorre el punto *B* simultánea-
mente es cuatro veces mayor que 2*A* 2*a*). Pero, a causa de 15
la distancia cuádruple del punto *B* al fulcro *C,* la rigidez
del resorte *CB* es cuatro veces más débil que la rigidez del
resorte *C2A;* por eso, la resistencia en *B* tiene que hacerse
en cambio cuatro veces menor que en 2*A,* y entonces re-
sulta cuádruple el *momentum* de la velocidad que el re-
sorte *CB* aporta al cuerpo cuatro veces más ligero *B;* mien-
tras que, por el contrario, el *momentum* que aplicaría el
resorte *C2A* en el cuerpo cuádruple 2*A,* es simple. Ahora 22
bien, el tiempo en que actúa el resorte *CB* es tan grande
como el que tardaría *C2A* en elevarse, y las velocidades
que adquieren los dos cuerpos 2*A* y *B,* por la acción de dos
resortes, *C2A* y *CB,* que actúan el mismo tiempo, son
como los *momenta* de las velocidades que aportan estos
resortes a sus cuerpos, con lo que en el cuerpo *B* son cua-
tro veces mayores que en 2*A;* pero, puesto que la velocidad
que obtendría 2*A* del empuje del resorte *C2A* es igual a la
velocidad con que 1*A* colisiona en 1*A,* la velocidad que
adquiere el cuerpo *B* por este choque del cuerpo 1*A* sobre
la palanca, será cuatro veces mayor que aquélla con que
1*A* ejecutó su choque.

Cómo hubiera podido argumentar *Papin,* a partir de esto, contra Leibniz

Por tanto, vemos por esta doble demostración que un 33
cuerpo cuádruple puede comunicar una velocidad cuá-
druple a otro simple mediante un solo choque. Esto es 35
cierto de acuerdo con principios mecánicos que ni si-
quiera los más celosos defensores de las fuerzas vivas se-
rían capaces de poner en duda. De este modo Papin hu- 112,1
biera podido poner bastante en apuros a su adversario, de
haberse dado cuenta de su ventaja. Le hubiera debido de- 3
cir: Me habeis concedido que un cuerpo cuádruple puede
transmitir toda su fuerza por medio de una palanca a otro
simple cuya distancia al fulcro es cuádruple; pero puedo
demostraros que en estas condiciones le comunica cuatro

grados de velocidad; por tanto, un cuerpo simple con cua-
tro grados de velocidad tiene toda la fuerza de uno cuá-
druple con un grado; pero éste es el punto que se discute y
que me queriais negar.

§ 101

Así pues, el golpe más temible con que las fuerzas vivas 13
han amenazado la estimación de Descartes se ha perdido
en el vacío. En adelante no queda ninguna esperanza de 15
que aquéllas encuentren después de esto recursos para
mantenerse.

--- vires in ventum effudit, et ultro 17
Ipse gravis graviterque ad terram pondere vasto
Concidit: ut quondam cava concidit aut Erymantho
Aut Ida in magna radicibus eruta pinus.
Virg. Aen. Lib. V. 21

§ 102

Hemos refutado las razones más importantes de los leibnicianos

Hasta ahora hemos mencionado y nos hemos preocupado 23
de las razones más célebres y dignas de consideración de la
novedad de las fuerzas vivas, para retribuir a esta secta, de
acuerdo con el derecho de réplica, todos los reproches y
correcciones que han hecho con tanta frecuencia a los dis-
cípulos de Descartes. No sería justo exigirnos traer aquí 28
todo lo que ha sido escrito en este asunto del lado de Leib-
niz, para preparar así a nuestro partido un triunfo per-
fecto. Esto significaría no respetar nada, desde los cedros 31
del Líbano hasta el hisopo que crece por las paredes, a fin
de que se pueda enriquecer su obra. Todavía podríamos 34
hacer varias incursiones en el campo de nuestro adversa-
rio, saquear sus bienes y levantar otros tantos trofeos y ar-
cos de triunfo al partido de Descartes; pero creo que mis
lectores no manifestarán muchos deseos después de esto.
Si alguna vez se ha dicho que un libro grande es un gran 113,2
mal, es en el caso de un libro como éste, que no trata ape-
nas más que de diferentes defensas de una misma causa y
muy abstracta por cierto; no tratándolas finalmente más
que con el único objeto de refutarlas.

Si embargo, no podemos abstenernos hasta tal punto de 8
este abuso de prolijidad, que no debamos estar autoriza-
dos para citar una demostración, de cuya omisión nos ab-
solverían todos los adversarios y defensores de nuestro
controvertido asunto. Esta demostración tiene derecho a 12
un lugar en este trabajo sólo a causa del rango de su autor;
pero no lo tiene en lo más mínimo considerando el crédito
que tiene entre los miembros de ambos partidos. Los leib- 15
nicianos no han creído que pueda servirles de algo, ni se
ha visto que se hayan refugiado en ella, a pesar de haber
sido acosados muy a menudo.

§ 103

Un argumento de Wolff

Es a *Wolff* a quien debemos esta demostración, que ha ex- 20
puesto, embellecida con toda la pompa de su método, en
el primer volumen de los *Commentarii* de San Peters-
burgo. Se puede decir que el desarrollo de su tesis me- 23
diante una larga serie de tesis preliminares, que se dividen
y multiplican con gran precisión por medio de un riguroso
método, se puede comparar con la estratagema de un ejér-
cito que se separa en muchos grupos y extiende amplia-
mente sus alas, a fin de producir una falsa apariencia en su
enemigo y ocultar su debilidad.

Cualquiera que lea su tratado en la mencionada obra de 30
la Academia, encontrará que es muy difícil precisar en qué
consiste propiamente la demostración; hasta ese grado se
ha alargado y hecho incomprensible todo, en virtud de la
propensión al análisis que allí se manifiesta. Vamos a dar 34
a conocer de algún modo la índole de su empresa. 36

§ 104

El principio esencial de este argumento

Papin había sostenido que no se puede decir que un **114**,2
cuerpo haya hecho algo, si no ha vencido ningún obstá-
culo, ni desplazado ninguna masa, ni apretado ningún re-
sorte, etc. *Wolff* le contradice por esta razón: Si un hom- 5
bre transporta una carga un cierto trecho, todos están de
acuerdo en que ha hecho y conseguido algo; entonces, si
un cuerpo transporta su propia masa en virtud de la
fuerza que posee al moverse realmente a través de un espa-

cio, su fuerza ha *hecho* y producido algo de este modo.
Wolff promete al comienzo de su tratado prescindir de 11
este principio y demostrar su tesis independientemente de
él; pero no ha mantenido su palabra.

Después de haber explicado qué entiende por *efectos* 15
inocuos (effectus innocuos), a saber, aquéllos en cuya pro-
ducción no se agota la fuerza, establece como único y ex-
clusivo fundamento de su teoría una tesis que podemos
tomar para desbaratar todo el esfuerzo de su escrito. *Si* 20
duo mobilia per spatia inaequalia transferuntur, effectus
innocui sunt ut spatia. Esta es la tesis aludida.* Veamos 20
cómo ha intentado demostrarla. Argumenta del siguiente 21
modo: Si el efecto a lo largo del espacio A es como e, el 22
efecto que se produce en dicho espacio A u otro equiva-
lente es también e; por consiguiente, en el espacio $2A$ es $2e$,
en el espacio $3A$ será $3e$; o sea, los efectos serán proporcio-
nales a los espacios.

Su demostración descansa por tanto en esta suposición: 27
Si el cuerpo atraviesa el mismo espacio, produce también
el mismo efecto inocuo. Precisamente en este punto es- 30
triba la confusión y el error que después impregna todo su
escrito. No basta con que únicamente el espacio sea el 32
mismo, para que el efecto producido en él por un cuerpo
idéntico tenga que ser el mismo; hay que tener en cuenta
además la velocidad con que el cuerpo recorre el espacio.
Si ésta no es también igual, el efecto inocuo será diferente, **115**,4
a pesar de la igualdad del espacio. Para comprender esto 6
tenemos que figurarnos, como hemos hecho en el § 17,
que el espacio que atraviesa el cuerpo no está perfecta-
mente vacío, sino ocupado por una materia infinitamente
sutil, y por consiguiente infinitamente poco resistente.
Esto sucede sólo para que tengamos un efecto verdadero y 10
un determinado sujeto del mismo, porque por lo demás
persiste un efecto inocuo, como en el argumento wolf-
fiano. Por tanto, si el cuerpo recorre tanto espacio como el 12
que recorre otro que es igual a él, ambos han desplazado la
misma cantidad de materia, pero no por ello han produ-
cido siempre el mismo efecto. Porque si uno ha atravesado 15
su espacio con dos veces más velocidad, todas las partícu-

* Por tanto, Wolff ha atribuido ciertas acciones al movimiento en un espacio que no opone **114**,33
ninguna resistencia al cuerpo, o sea, en un espacio vacío; y luego se sirve de estas acciones para
medir la fuerza del cuerpo; en consecuencia, no ha cumplido su promesa. 36

las de su espacio han adquirido de él también, mediante su
acción, dos veces más velocidad que las partículas del es-
pacio que atraviesa el otro cuerpo con una velocidad sim-
ple; por consiguiente, el primer cuerpo ha producido un
efecto mayor, aunque la masa y el espacio recorrido sean
en ambos casos iguales.

§ 105

Otro principio esencial del *Schediasmatis* wolffiano

Así pues, el principio de todos los argumentos de *Wolff* es 24
evidentemente falso y está en contradicción con lo que se
puede demostrar con mayor claridad y seguridad sobre
los conceptos de la acción y del movimiento. Cuando se ha 28
errado una vez, la consecuencia no es otra que una cadena
de errores. Wolff saca de su principio otro, el que propia- 29
mente depara a su sistema todas las grandes consecuen-
cias que admiran y sorprenden tan inesperadamente a los
lectores. Dice que: *Como en el movimiento uniforme los* 32
espacios son proporcionales al producto de las velocida-
des por los tiempos, los efectos inocuos lo son al producto
de masas, tiempos y velocidades. A partir de aquí cons- 36
truye el teorema: *Actiones, quibus idem effectus produci-*

Refutación

tur, sunt ut celeritates. En la demostración de esta tesis se 116,1
encuentra un sofisma que es más grave, si cabe, que el que
acabamos de observar. Había demostrado que, si dos 3
cuerpos iguales producen el mismo efecto en tiempos des-
iguales, sus velocidades son inversamente proporcionales
a los tiempos en que se producen estos efectos iguales; es
decir, que el cuerpo que completa su efecto en la mitad de
tiempo tiene dos grados de velocidad, mientras que el
otro, que tiene que emplear todo el tiempo a tal efecto,
sólo posee un grado. De aquí concluye: *Como todos acep-* 9
tan que es dos veces mayor la acción que completa su
efecto en la mitad de tiempo que otra, las Actiones *en este*
caso serán inversamente proporcionales a los tiempos,
esto es, directamente proporcionales a las velocidades. A 14
partir de aquí prosigue y considera el caso en que dos
cuerpos *diferentes* producen un mismo efecto en tiempos
iguales. Muestra que en este caso las velocidades serán in- 16
versamente proporcionales a las masas y concluye luego
así: *Quoniam hic eadem est ratio massarum, quae in casu*
priori erat temporum, ratio vero celeritatum eodem modo

sese habet: perinde est, sive massae sint eaedem et tempus
diversum, sive massae diversae et tempus idem etc. Esta 21
conclusión es un despropósito, no un argumento que cu- 23
piera encontrar en un tratado matemático. Recuérdese
que en el caso anterior sólo se ha dicho que las *Actiones* de
dos cuerpos iguales que producen el mismo efecto en
tiempos diferentes son inversamente proporcionales a los
tiempos, porque la acción que produce un efecto en un
tiempo menor, precisamente por esto y en la misma me-
dida, es mayor que otra que emplea más tiempo para ello.
Por consiguiente, de aquel principio se saca esta conclu- 29
sión, porque la brevedad del tiempo en que se lleva a cabo
un efecto evidencia siempre una acción tanto mayor. Pero 31
si establezco, como en el segundo caso, la desigualdad de
las masas en lugar de la desigualdad de los tiempos, mien-
tras que equiparo los tiempos, se ve fácilmente que la desi-
gualdad de masas no tiene la misma consecuencia que la
desigualdad de los tiempos. Porque, en el primer caso, el 35
cuerpo que completó su efecto en menos tiempo había de-
sarrollado una acción mayor precisamente *porque el*
tiempo era menor; pero aquí el cuerpo que tiene menos
masa y con ella produce al mismo tiempo tanto efecto
como el otro, *no tiene por la pequeñez de su masa* una ac-
tividad *mayor.* Sería completamente absurdo decir esto; 117,3
ya que la pequeñez de la masa es un fundamento verda-
dero y esencial sobre el que más bien descansa la *pequeñez*
de la actividad, y si un cuerpo, a pesar de esta pequeñez de
la masa, produce al mismo tiempo tanto efecto como otro,
sólo puede concluirse que lo que se quita a sus *Actioni* a
causa de la escasez de masa se compensa y rellena me-
diante una velocidad mayor, y de este modo se equipara a
las *Actioni* del otro. Por tanto, si las masas son desiguales, 10
pero los tiempos y los efectos iguales, no puede decirse
que las *Actiones* de los cuerpos sean inversamente propor-
cionales a sus masas, a pesar de que en el caso de tiempos
desiguales y masas iguales tenga lugar esta proporción
con respecto a los tiempos y *Actionum. Por esto no es lo* 15
mismo que las masas sean desiguales y los tiempos igua-
les, o que los tiempos sean desiguales y las masas iguales.

Así pues, la demostración que fundamenta un teorema 18
esencial en el tratado wolffiano es inválida e inútil; por
tanto, las fuerzas vivas no encontrarán allí un terreno que
pueda nutrirlas.

A veces hay en un escrito determinados defectos mode- 22
rados que no se extienden muy lejos ni dañan por completo la validez de lo esencial. Pero en el que discutimos las 24
tesis están perfectamente concatenadas por el método; por eso uno o dos errores echan a perder e inutilizan todo el sistema.

§ 106

Todavía no tenemos una dinámica

Wolff tenía el proyecto de suministrar en su tratado los 29
primeros principios de la dinámica. Su empresa ha fraca- 31
sado. Así pues, todavía no tenemos por el momento unos 32
principios dinámicos sobre los que podamos construir justificadamente. Nuestro escrito, que prometió exponer 33
la verdadera estimación de las fuerzas vivas, tendría que suplir esta falta. En el tercer capítulo se intentará hacerlo, 35
pero ¿puede esperarse alcanzar esta meta, toda vez que no le ha cabido alcanzarla a uno de los mayores expertos en este tipo de consideración?

§ 107

El argumento de van Musschenbroek

Justo cuando estoy a punto de concluir con el caso ante- **118**,4
rior la refutación de los principios en que basan su estimación de las fuerzas los leibnicianos más conspicuos, recibo los *Principios de la ciencia natural* de *Pieter van Musschenbroek,* traducidos por el Prof. Gottsched, que ha salido a la luz este año de 1747 en la Feria de Pascuas. Este 10
gran hombre, el más grande investigador de la naturaleza de nuestra época, en cuyas opiniones participan menos el prejuicio y el sectarismo que en las tesis de cualquier otro hombre, este filósofo tan célebre, ha sometido la estimación de Leibniz primero a un examen matemático y, después, a las pruebas que tan hábilmente sabe hacer, confirmándola en ambos casos. Este último camino tomado por 16
él no pertenece al presente capítulo, pero el primero sí. El 18
propósito de este tratado me obliga a considerar las dificultades que el célebre autor pone allí a la estimación de Descartes, apartándolas en la medida de lo posible del objeto cuya defensa nos ocupa. Pero, ¿no supondrá un obs- 22
táculo insalvable la estrechez de los límites de estas páginas, o para expresarme con franqueza, la asombrosa desigualdad que aquí se manifiesta?

Veamos qué principios han sido los que le han parecido 25
demostrar la ley de Leibniz, matemáticamente considerada (Fig. 16.). Si se da una cierta causa exterior que se 27
mueve simultáneamente con el cuerpo impulsado, p. ej., un resorte *BC* que, sujeto a un apoyo *AS,* impele a un cuerpo *F,* entonces comunicará al mismo, si está en re-

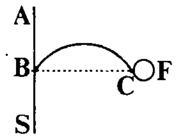

Figura 16

poso, 1 grado de velocidad. Pero, tan pronto como el 31
cuerpo posee ya este grado, se requiere el doble de resortes para darle un segundo grado de velocidad. Porque si se 33
distendiese otra vez el resorte sencillo solo, el cuerpo, al moverse ya realmente con el mismo grado de velocidad con que se distiende el resorte, huiría de él y no recibiría su presión. De modo que hay que añadir el segundo resorte **119**,2
(Fig. 17.) *DB,* que hace que el punto *B,* en el que se apoya el

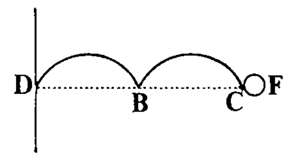

Figura 17

resorte *BC,* siga al cuerpo con la velocidad con que éste escaparía, y que de este modo el cuerpo *F* esté en reposo, como al principio, con respecto al resorte *BC;* con lo que, si éste se distiende, aquél obtiene un grado de velocidad. Igualmente (Fig. 18.) se requieren tres resortes *ED, DB,* 8
BC, para comunicar un tercer grado de velocidad solamente al cuerpo *F,* que ya posee 2. Se requieren 101 resor- 10
tes para comunicar a un cuerpo que tiene ya 100 sólo uno

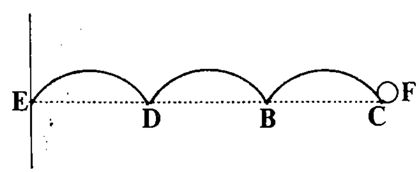

Figura 18

más, y así sucesivamente. Por tanto, el número de resortes 12
que son necesarios para dar a un cuerpo un determinado
grado de velocidad es igual al número de grados en que
está dividida la velocidad del cuerpo; esto es, la fuerza to-
tal de los resortes que comunican a un cuerpo un grado de
velocidad es igual a la velocidad total que tendría el
cuerpo al poseer ese grado. Ahora bien, en el triángulo 17
(Fig. 19.) *ABC*, cuyo *Cathetus AB* ha sido dividido en par-
tes iguales, las líneas *DE, FG, HI,* etc. son iguales a las lí-
neas *AD, AF, AH,* y por consiguiente puede utilizarse la
línea *DE* para simbolizar el resorte que comunica al
cuerpo el primer grado de velocidad *AD;* la línea dos veces

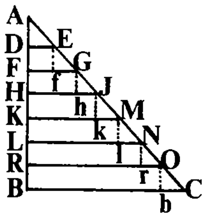

Figura 19

mayor *FG,* para simbolizar el resorte doble, que produce
el segundo grado de velocidad *DF;* la línea *HI* para señalar
el resorte tres veces mayor que provoca el tercer grado de
velocidad *FH,* etc. Si se suponen estas líneas *DE, FG,* etc. 25
infinitamente próximas, formarán todo el contenido del
triángulo *ABC,* de acuerdo con el método de lo infinita-
mente pequeño que ha introducido *Cavalerius* en el cál-
culo. Por tanto, la suma de todos los resortes que originan 28
en un cuerpo la velocidad *AB* es igual a la superficie *ABC,*
esto es, al cuadrado de la velocidad *AB.* Pero estos resortes 31
representan las fuerzas que han producido conjunta-
mente en el cuerpo la velocidad mencionada, y *la fuerza
producida en un cuerpo es proporcional al número de
fuerzas que actúan sobre él;* por consiguiente, la fuerza de
un cuerpo es igual al cuadrado de la velocidad que posee.

§ 108

Examen de este argumento

Creo que un partidario de Descartes objetaría a esta de- 120,5
mostración lo siguiente:

Si se quiere estimar la fuerza transmitida a un cuerpo 7
por la suma de determinados resortes, hay que tomar sola-

mente los resortes que han imprimido realmente su poten-
cia al cuerpo; pero los que no han actuado en absoluto so-
bre él, tampoco pueden utilizarse para establecer una
fuerza equivalente en el cuerpo. Esta tesis es una de las 12
más evidentes de la mecánica, y nunca ha sido puesta en
duda por ningún leibniciano. El mismo van Musschen- 13
broek se adhiere a ella al término de su demostración; ya
que éstas son sus palabras: la fuerza producida en el
cuerpo es proporcional al número de fuerzas *que actúan
sobre el mismo.* Pero si un cuerpo *F,* que se mueve ya con 17
un grado de velocidad, adquiere el segundo grado me-
diante la distensión de dos resortes *DB, BC;* de estos dos
resortes sólo *BC* actúa sobre él, mientras que *DB* no le im-
prime su fuerza de distensión. Porque el resorte *DB* se dis- 21
tiende con un grado de velocidad; pero también el cuerpo
F se mueve realmente con 1 grado; por tanto, *F* escapa de
la presión de este resorte, y la misma no podrá alcanzarle
al distenderse para transmitirle la fuerza de su recupera-
ción. No hace otra cosa que llevar al apoyo *B,* en el que se 25
afirma el resorte *BC,* tras el cuerpo *F* con la misma veloci-
dad que éste se mueve; con lo que aquél está en reposo en
relación al cuerpo, y el resorte *BC* le imprime toda su
fuerza, que es 1. Por tanto, no es una causa eficiente, sino 29
ocasional, de la fuerza que se añade de este modo en *F* a la
primera; pues la única causa eficiente de ella es el resorte
BC. Posteriormente, cuando este cuerpo posee ya 2 grados 32
de velocidad, sólo el resorte *BC,* de los tres iguales *ED,
DB, BC,* le comunica su fuerza y el tercer grado de veloci-
dad, y así sucesivamente hasta el infinito. Por tanto, si *DE* 121,1
(Fig. 19.) es el primer resorte cuya fuerza ha penetrado en

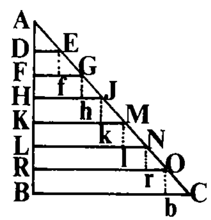

Figura 19

el cuerpo *F,* provocando en él el primer grado de velocidad
AD, el resorte *fG,* que es igual a él, le ha dado el segundo
grado de velocidad, transmitiéndole su fuerza; el resorte
hI el tercer grado, etc.; por consiguiente, la suma de los re-

sortes $DE + fG + hI + kM + lN + rO + bC = BC$ integra toda la cantidad de fuerza que se ha aplicado al cuerpo F desde su reposo y que ha provocado en él la velocidad AB. Pero BC es proporcional a AB, y BC es la fuerza, 9
mientras que AB es la velocidad; por tanto, la fuerza es como la velocidad y no como el cuadrado de ella.

§ 109

Nuevo caso que confirma la medida cartesiana de las fuerzas

Ahora hemos superado ya todas las dificultades que podían oponérsenos al mantenimiento de la ley cartesiana. 13
Pero no vamos a conformarnos todavía con esto. Una opinión que adquiere prestigio y hasta genera el prejuicio, tiene que ser perseguida sin descanso y expulsada de cualquier escondrijo. Es como la hidra, que engendra una nueva cabeza después de cada golpe. 15, 16

Vulneribus foecunda suis erat ille: nec ullum 21
De centum numero caput est impune recisum,
Quin gemino cervix haerede valentior esset.
Ovid. Metam.

Consideraría muy loable para mí, si se criticase a esta obra el haber refutado con redundancia y con más razones que lo que hubiera sido necesario la estimación leibniciana de las fuerzas; solamente me avergonzaría si hubiese dejado echarlas de menos. 25

Tómese una balanza inclinada (Fig.20.) ACB, uno de cuyos brazos, CB, es cuatro veces mayor que el otro, AC; mientras que el cuerpo B, que presiona en el extremo del 30

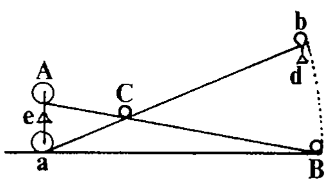

Figura 20

brazo cuádruple, es cuatro veces menor que el otro, A. Estos cuerpos van a descansar en la posición que los hemos puesto, y permanecerán en perfecto equilibrio mutuo. 32
Añádase al cuerpo A un pequeño peso e; de este modo, el 122,2

cuerpo B se eleva a lo largo del arco Bb, mientras que A caerá lentamente a lo largo del arco Aa; pero el cuerpo B adquirirá en este movimiento una velocidad cuatro veces mayor que A. Quítese el peso e, y añádase en cambio uno 6
cuatro veces menor, d, al cuerpo b en el extremo del brazo Cb; de este modo b es impulsado a lo largo del arco bB, mientras que a se elevará a lo largo del arco aA; pero b, que es lo mismo que B, adquirirá por este medio la misma velocidad que en el primer caso, al igual que a, que es lo mismo que A, recibirá asimismo la velocidad que le fue impresa en el primer caso; con la única diferencia de que la dirección de los movimientos se invierte. Ahora bien, 14
como el efecto que produce el peso añadido e consiste en la fuerza que los cuerpos A y B tienen conjuntamente, y el efecto que produce el peso cuatro veces menor d estriba igualmente en la fuerza que $b = B$ y $a = A$ obtienen conjuntamente por este medio, está claro que esos pesos e y d producen efectos equivalentes, y por consiguiente tienen que haber aplicado y tenido la misma fuerza. Pero las ve- 21
locidades con que estos pesos e y d actúan (o sea, tanto sus velocidades iniciales como las velocidades finales que adquieren mediante la acumulación de todas estas presiones) son inversamente proporcionales a sus masas; por tanto, dos cuerpos cuyas velocidades están en proporción inversa de sus masas tienen fuerzas iguales, lo cual contraviene la estimación por el cuadrado.

§ 110

La dificultad de Leibniz

Nunca han podido hacer frente con mayor confianza los 29
cartesianos a los defensores de la nueva medida de las fuerzas, que tras haber encontrado *Jurin* un caso por el que se comprende de un modo sencillo y con claridad meridiana, que la duplicación de la velocidad supone siempre la duplicación de la fuerza solamente. Leibniz rechazó 34
esto especialmente en el ensayo de un tratado de dinámica que incluyó en las *Actis.** Oigasele decir lo siguiente: *Cum* 123,1
igitur comparare vellem corpora diversa aut diversis celeritatibus praedita, equidem facile vidi: si corpus A sit simplum, et B sit duplum, utriusque autem celeritas aequalis,

* Acta 1695. pag. 155. 123,36

*illius quoque vim esse simplam, huius duplam, cum prae-
cise, quicquid in illo ponitur semel, in hoc ponatur bis.
Nam in B est bis corpus ipsi A aequale et aequivelox nec* 6
quicquam ultra. Sed si corpora A et C sint aequalia, celeri- 7
tas autem in A sit simpla et in C dupla, videbam non prae-
cise, quod in A est, duplari in C, *etc.* Jurin ha resuelto es- 9
tas dificultades mediante el caso más sencillo del mundo.

Solución de Jurin

Supuso una superficie móvil, p. ej., (Fig. 21.), una barca 11
AB, que se mueve en la dirección *BC* con velocidad 1, y
que lleva consigo la bola *E* con el mismo movimiento. Por 14

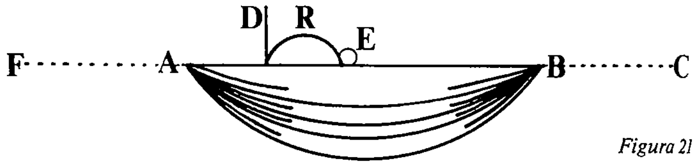

Figura 21

tanto, esta bola tiene, por el movimiento de la superficie,
una velocidad 1 y también una fuerza 1. Supuso además, 15
sobre esta superficie, un resorte *R,* que se distiende contra
el apoyo *D* y comunica a la mencionada bola *F* un grado
de velocidad y también, por consiguiente, un grado de
fuerza. Así pues, la misma ha recibido en total dos grados 18
de velocidad y, con ellos, dos grados de fuerza. En conse- 20
cuencia, la duplicación de la velocidad no trae consigo
nada más que la duplicación de la fuerza y no, como se fi-
guran erróneamente los leibnicianos, la cuadruplicación
de la misma.

Esta demostración es infinitamente clara y no deja es- 23
capatoria alguna, porque el movimiento de la superficie
no puede hacer nada más que comunicar al cuerpo una
velocidad que sea igual a la suya, esto es, una velocidad
simple y, por consiguiente, una fuerza simple. Pero el re- 27
sorte *R,* como tiene un movimiento común con la superfi-
cie y la bola, sólo actúa con su fuerza de recuperación.
Ahora bien, ésta tiene una magnitud tal, que no puede co- 29
municar a un cuerpo como el nuestro más que un grado de
velocidad, y por tanto también un grado de fuerza sola-
mente. Por tanto, por más vueltas que se den, no se encon- 31
trará en todo lo que entra en la construcción de este pro-
blema, nada más que las causas de 2 grados de fuerza, y
sin embargo habrá realmente en el cuerpo dos grados de
velocidad. 35

§ 111

Objeción de la Marquesa de Châtelet contra el argumento de Jurin

La Marquesa de *Châtelet* ha impugnado este argumento **124**,2
de *Jurin,* pero de una forma cuya debilidad habría tenido
la sagacidad de percibir, de no ser por el bello barniz que
da a una mala causa la simpatía que tenemos a una opi-
nión que hemos profesado antaño.

Ha replicado lo que sigue. La barca *AB* no es una super- 8
ficie inmóvil; por consiguiente, si el resorte *F* se afirma
contra el apoyo *D,* imprimirá a la barca una fuerza deter-
minada, y por tanto se encontrarán de nuevo en la masa de
la barca los dos grados de fuerza que se echan de menos en
el cuerpo *E,* según la estimación leibniciana.

§ 112

En este pretexto se da el sofisma denominado *fallaciam* 14
ignorationis elenchi. No ataca propiamente el argumento 15
de su adversario donde éste ha puesto el nervio de la de-
mostración; sino que se preocupa de una circunstancia ac-
cidental que parece favorecer su opinión, pero que no va
ligada necesariamente a la demostración de Jurin. Pode- 19
mos quitar de en medio este obstáculo fácilmente. Nada 20
nos impide imaginarnos la barca *AB* impulsada por una
fuerza tal, que no pueda retroceder en lo más mínimo en la
dirección *AF,* en virtud del esfuerzo del resorte contra *D.*
A este fin, puede suponérsele una masa infinitamente 23
grande. La barca retrocederá entonces por la fuerza finita 25
del resorte *R* tan sólo infinitamente poco, esto es, absolu-
tamente nada; por tanto, el cuerpo obtendrá de este re-
sorte la misma fuerza que si se recuperara contra un apoyo
completamente inmóvil, esto es, obtendrá toda su fuerza.

§ 113

Objeción de Richter contra el argumento de Jurin

Richter, que no merece ocupar un lugar secundario en la 31
lista de los que han contribuido al mantenimiento de la
nueva medida de las fuerzas, ha planteado una objeción
algo más significativa contra el argumento de Jurin.* 35

* Act. Erud. 1735. p. 511. **124**,36

Cree que la misma fuerza puede ser muy desigual en re- 125,1
lación con cosas diferentes. El resorte *R* ha comunicado 2
ciertamente una fuerza 1 a la bola *E* respecto a las cosas
que se mueven simultáneamente con la barca con su
misma dirección y velocidad; pero con respecto a los obje-
tos que están realmente en reposo fuera de la barca, el re-
sorte ha dado a la bola no una fuerza doble, sino triple.

Me gustaría saber de dónde han de provenir los dos gra- 8
dos de fuerza que, en opinión de Richter, adquiere el
cuerpo *E* en relación a los objetos en reposo; ya que no
pueden haberse originado en él a causa de una abstracción
vacía o de un pensamiento ocioso; sino que hubieran te-
nido que ser producidos mediante fuerzas y causas acti-
vas. Pero si todo está en absoluto reposo respecto a las co- 13
sas externas y la barca empieza a moverse con un grado de
velocidad, entonces nace en el cuerpo *E* de este modo un
grado de fuerza absoluta. A partir de aquí, la barca no 16
produce en el cuerpo ningún efecto más, pues está en re-
poso respecto de él; pero la fuerza de recuperación del re-
sorte comienza a liberar su actividad. Sólo tiene éste la re- 19
querida para producir un grado de fuerza; sería inútil bus-
car más en él. Por tanto, en el cuerpo no se ha producido 21
mayor efecto absoluto que el correspondiente a 2 grados
de fuerza. Ahora bien, si en relación a las cosas en reposo, 23
esto es, considerado absolutamente, tenían que haberse
originado en el cuerpo 4 grados de fuerza, y no obstante
hubiesen sido producidos en el mismo no más de 2 grados
de efecto absoluto, tendrían que originarse sin causa y por
casualidad 2 grados, o haber salido de la nada.

A fin de evitar por completo cualquier escrúpulo, si es 29
que puede darse de otro modo escrúpulo alguno en un
asunto tan claro, cabe disponer el caso de Jurin de forma
que, cuando todo esté en reposo absoluto, el cuerpo *E* re-
ciba un grado de velocidad del resorte mientras la barca
está parada; así la fuerza adquirida por el cuerpo *E* será
indiscutiblemente una fuerza absoluta. Ahora bien, si en- 34
tonces comienza también a moverse la barca con un
grado, esto es otra vez un movimiento absoluto, puesto
que antes estaba en reposo respecto a todas las cosas. Por 37
consiguiente, comunica otra vez un grado de fuerza a todo
lo que pertenece a su masa, y en consecuencia también al
cuerpo *E;* grado que, como la causa que la originó ha ac-
tuado en un movimiento absoluto, sólo puede ser simple.

Por tanto, también de este modo se originan en total en el 126,3
cuerpo *E* no más de 2 grados de fuerza.

Aún trata de salir airoso Richter con otro subterfugio, 6
que saca del choque de los cuerpos elásticos. Pero su justi- 7
ficación está construida sobre la hipótesis habitual de los
leibnicianos de que tras el choque de cuerpos elásticos
tiene que hallarse la misma fuerza que había antes del
choque. Hemos refutado esta suposición; por tanto no es 10
necesario aquí discutir especialmente con Richter.

§ 113 (a)

ADICIONES Y ACLARACIONES CONCERNIENTES A ALGUNAS PARTES DE ESTE CAPÍTULO 14

I

17

Aclaración al § 25

Exposición más clara del § 25

Como el teorema de este § es el fundamento más impor- 18
tante de nuestras presentes consideraciones, vamos a ex-
ponerlo de forma algo más clara.

La peculiaridad de un movimiento real es una duración 21
finita. Pero al estar indeterminada esta duración, o sea, el 22
tiempo transcurrido desde el inicio del movimiento,
puede definirse arbitrariamente. Si, según eso, la línea *AB* 24
(Fig. 2.) representa el tiempo finito que transcurre durante

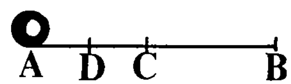

Figura 2

el movimiento, el cuerpo tiene en *B* un movimiento real,
igualmente en la mitad de ese tiempo, en *C;* también en la
cuarta parte, en el punto *D,* y así sucesivamente en todas
las partes progresivamente menores, pudiendo disminuir-
las a voluntad infinitamente, pues la indeterminación del
concepto de su magnitud permite esto. Por tanto, puede 29
considerarse este tiempo como infinitamente pequeño,

sin que por ello se prive de algo al concepto de la realidad
del movimiento. Pero si el tiempo de esta duración es infi- 127,1
nitamente pequeño, puede considerarse nulo, y el cuerpo
estará en el punto de partida, esto es, en un mero esfuerzo
por moverse. En consecuencia si, como requiere la ley 4
leibniciana, es cierto sin más limitaciones que la fuerza del
cuerpo se mide en cualquier movimiento real por el cua-
drado, también ocurre lo propio en el mero esfuerzo por
moverse, lo que sin embargo tienen que negar ellos
mismos.

De qué modo comprende el concepto indeterminado de tiempo finito el tiempo infinitamente pequeño

Parece a primera vista como si la ley de Leibniz esté sufi- 9
cientemente asegurada, mediante la limitación adicional
de la finitud de tiempo transcurrido, de que no pueda ser
aplicada al movimiento cuya duración sea infinitesimal;
ya que el tiempo finito es un concepto que alude a un gé-
nero completamente distinto del tiempo infinitamente pe-
queño; por tanto, parece que con esta limitación no puede
ser extendido en modo alguno al tiempo infinitesimal lo
que sólo se permite bajo la condición de la finitud tempo-
ral. Esto es correcto, ciertamente, cuando se dice del 18
tiempo finito que se supone que tiene que ser definido y
estar determinada su magnitud, en el caso de que esta o
aquella propiedad tenga que derivarse de él como condi-
ción. Pero si se requiere un tiempo finito, aunque se per- 22
mite que pueda tomarse tan grande o tan pequeño como
se quiera, entonces también está comprendido en este gé-
nero el tiempo infinitamente pequeño. Los leibnicianos 25
no pueden ignorar esto. Pues tienen que saber que su 25
maestro ha justificado el principio de continuidad con
esta razón: si se supone que *A* es mayor que *B*, pero de
forma que queda indeterminado cuánto mayor es, podrá
decirse también, sin perjudicar las leyes que son ciertas
bajo esta condición, que *A* es igual a *B*, o, si se hace que *A*
y *B* colisionen y se supone que *B* también se mueve, podrá
suponerse asimismo, si el grado de este movimiento es in-
determinado, que *B* está en reposo, sin que por ello pueda
retirarse lo que está estipulado bajo aquella condición, y
así en otros casos más.

La estimación leibniciana tampoco es válida bajo la condición de la finitud de la velocidad

Si por último se quisiera decir todavía que, en efecto, la 36
estimación leibniciana no es verdadera bajo la condición
de la finitud del tiempo, pero sin embargo lo es en el su-
puesto de la finitud de la velocidad (a pesar de que esto es-
taría abiertamente en contra de su teoría), nótese que se

puede representar la velocidad finita, al igual que el
tiempo finito, mediante la línea *AB* (Fig. 2.), y entonces se
patentizará igualmente que, si su ley es válida en general
para una velocidad finita, también tiene que serlo para
una infinitamente menor, lo cual sin embargo no pueden
menos que negar.

II

Adiciones a los §§ 31 a 36 128,10

Nuestros adversarios contabilizan entre las concepciones 11
más claras que puede haber, que un cuerpo tiene precisa-
mente la fuerza de todos los resortes que comprime hasta
haber agotado todo su movimiento, siendo discrecional el
tiempo en que son comprimidos estos resortes. Johann 15
Bernoulli dice de los que no están satisfechos solamente
con el número de resortes vencidos, sino que todavía pre-
guntan por el tiempo de compresión, que son tan incohe-
rentes como uno que quiere medir la cantidad de agua en
un vaso, y no se contenta con la medida real que tiene ante
sí, o sea, con la capacidad del vaso; sino que piensa que ha
de saber además el tiempo en que se ha llenado este vaso.
Y añade confiado e indignado:* *Desine igitur quaerere* 21
nodum in scirpo. La *Marquesa de Châtelet* apresta una 23
ocurrencia igualmente chistosa; pero ambos se equivocan
y, si se me permite decirlo, con un perjuicio tan grande
para su gloria como la confianza que han dejado traslucir
en este error.

Por qué hay que tomar necesariamente en consideración el tiempo en la resistencia de la gravedad

Si cada uno de los resortes *A, B, C, D, E* es de tal índole 27
que resiste sólo una única presión del cuerpo *M,* y pierde
así simultáneamente toda su efectividad, no produciendo
después, en consecuencia, ningún otro efecto en el cuerpo
M, pudiendo estar expuesto a él todo el tiempo que se
quiera, reconozco que el cuerpo ha desarrollado la misma
fuerza, ya sea que haya oprimido este resorte en un tiempo
simple o cuádruple; porque después de haberlo compri-
mido una vez, el resto del tiempo transcurre inactivo. En 129,3
cambio, si la fuerza del cuerpo no anula simultáneamente
la actividad del resorte cuya presión vence, entonces pasan

* Acta Erud. 1735. p. 210. 128,34

en cada momento nuevos grados de fuerza del resorte al
cuerpo que lo contrarresta; porque la efectividad de este
resorte, que en el primer instante fue la causa de la neutra-
lización de un grado de fuerza en el cuerpo, todavía es
igualmente fuerte en el segundo instante, después en el ter-
cero y así sucesivamente en todos los siguientes hasta el in-
finito. En estas condiciones, no es lo mismo que el cuerpo 11
que vence la presión de este resorte lo haga en un tiempo
más o menos largo, porque en el más largo ha resistido
más presiones que en el más corto. Ahora bien, la presión 14
de la gravedad es de esta clase. Cada resorte de ella actúa 15
en cada momento con la misma efectividad, y el cuerpo
que vence su presión en el primer instante no por ello lo ha
hecho en todos los momentos sucesivos. Para el segundo 18
necesitará la misma fuerza, etc. Por tanto, la fuerza que un 19
cuerpo emplea para resistir la presión de una sola parte de
la materia que genera la gravedad no es meramente como
la intensidad de la presión gravitatoria, sino como el *Rec-
tangulum* de ésta por el tiempo.

Otra demostración contra las fuerzas vivas

Como demostración suplementaria de la tesis de que la 23
medida del efecto producido no es el número de resortes,
sino el tiempo, se puede añadir todavía esto. Un cuerpo 26
lanzado oblicuamente, cuyo movimiento es parabólico,
tendría que recorrer con mucha mayor rapidez una deter-
minada altura al caer, y alcanzar al final de la caída una
velocidad y fuerza mucho mayores, que los que podría co-
municarle una caída vertical desde la misma altura. Por- 30
que al describir la trayectoria curva recorre hasta el fin de
la caída un espacio mayor que si hubiese caído vertical-
mente. Pero necesariamente tiene que soportar más resor- 32
tes gravitatorios en ese espacio mayor que los que podría
encontrar en una trayectoria recta, porque la materia gra-
vitante está igualmente difundida por todas partes; por
tanto, tendría que adquirir, según la tesis leibniciana, más
fuerza y velocidad en aquélla que en ésta, lo cual es ab-
surdo. 37

*Pensamientos sobre la polémica
entre
la Marquesa de Châtelet
y el Sr. de Mairan
sobre las fuerzas vivas.* 130,1

Mairan ha propuesto estimar la fuerza de un cuerpo 6
por *los obstáculos no superados, resortes no comprimi-
dos, materias no desplazadas,* o en expresión de la Señora
de *Châtelet, por lo que no hace.* Esta oponente se ha figu- 10
rado encontrar algo tan extraordinario en esta idea, que
ha creído que basta mencionarla para ponerla en ridículo.
A pesar de que este célebre hombre ha añadido a su idea 12
una limitación de la que todo depende propiamente, a sa-
ber, *que estos resortes habrían sido comprimidos, si se
acepta por hipótesis que hubiera mantenido su fuerza o
que la hubiera recuperado constantemente;* su antago-
nista encuentra sin embargo en esta hipótesis algo tan ilí-
cito e inadmisible, que le hace por esto un reproche toda-
vía mucho más duro. Mostraré brevemente cuán cierta e 21
infalible es la idea de este hombre admirable, y que, salvo
Jurin con la suya ya mencionada, no se ha podido conce-
bir fácilmente nada más sólido y decisivo en este asunto.

Defensa del tipo de estimación de Mairan frente a la Señora de Châtelet

Si se toma lo que ha perdido la fuerza de un cuerpo al 24
haber sido vencidos por la misma ciertos obstáculos, si se
miden, digo, estas pérdidas, se sabe con toda seguridad
cuán grande ha sido la potencia total de la resistencia su-
perada; ya que el cuerpo no hubiera podido vencer esta re-
sistencia u obstáculo sin aplicar un grado igual de fuerza,
y entonces esta fuerza consumida y disipada en el cuerpo
es tan grande como el vigor del obstáculo que la ha elimi-
nado, y también como el efecto que de este modo se ha
operado. 34

Supóngase ahora un cuerpo que se eleva perpendicular- 131,1
mente a la horizontal con cinco grados de velocidad y re-
preséntese el espacio o la altura que alcanza, como es ha-
bitual, mediante el contenido del triángulo (Fig. 22.)
ABC, en el que la línea *AB* representa el tiempo transcu-
rrido, mientras que la *BC,* la velocidad con que se eleva.
Las líneas iguales *AD, DF, FH,* etc., tienen que representar 6
los elementos del tiempo total *AB* y, en consecuencia, los
triangulitos que componen la superficie del grande, y to-

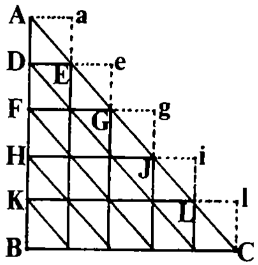

Figura 22

dos los cuales son igual de grandes que *ADE,* representan los elementos del espacio total, o el número de todos los resortes que el cuerpo ha comprimido en el tiempo *AB.*
Según esto, nuestro cuerpo comprime en el primer pe- 10
riodo *BK,* en que comienza a subir hacia arriba, los 9 resortes que encuentra en el espacio *KLBC.* Pero, si la reten- 13
ción de estos resortes no hubiera consumido en él fuerza alguna, o si esta pérdida hubiese sido compensada por otra parte, habría comprimido además el resorte *LlC,* que ahora no puede comprimir porque en la compresión de los restantes resortes se le ha ido la fuerza requerida para
ello. Por tanto, el resorte *LlC* es la medida de la fuerza que 18
ha disipado en nuestro cuerpo la resistencia de los 9 resor-
tes comprimidos. Una vez ejecutado esto, prosigue ele- 20
vándose con el resto de la fuerza que le ha quedado tras la pérdida indicada, y comprime en el segundo periodo *KH* los 7 resortes que se encuentran en el espacio *HIKL.*
Ahora bien, de nuevo está claro que, si nuestro cuerpo hu- 24
biese podido comprimir estos 7 resortes quedándole intacta sin embargo toda su fuerza, en el mismo minuto habría comprimido y vencido además el resorte *IiL;* pero, puesto que no ha hecho esto, se sigue que ha perdido por la compresión de los 7 resortes restantes el grado cuya restitución le habría hecho capaz de vencer asimismo *IiL;* en consecuencia, este resorte indica la magnitud de la pérdida que ha acarreado a su fuerza la resistencia de los 7 re-
sortes. De este mismo modo, el resorte *GgI* dará a conocer 32
la merma de la fuerza por las retenciones de la gravedad en
el tercer periodo *FH,* y así sucesivamente. Así pues, la pér- 35
dida que sufre el cuerpo que sube hacia arriba libremente, al vencer el obstáculo de la gravedad, es equivalente a la suma de los resortes no comprimidos *LlC, IiL, GgI, EeG, AaE,* y en consecuencia, también está en esta proporción

la cantidad de obstáculo que ha superado, y con ello su
fuerza. Y, puesto que los resortes no comprimidos son 132,4
proporcionales a los tiempos o a las velocidades, la fuerza del cuerpo también es proporcional a ellas.

De esto se infiere además, por qué está autorizado Mai- 7
ran a suponer por hipótesis que el cuerpo haya vencido obstáculos y conservado no obstante toda su fuerza, lo cual inicialmente parece contradecir los primeros princi-
pios del movimiento. Porque realmente los obstáculos le 10
restan una parte igual a ellos de su fuerza, pero siempre es posible restituir idealmente por otro lado esta disminución y conservar el cuerpo indemne, a fin de que se vea cuánto más haría la fuerza de este modo incólume, que de haberse mantenido la pérdida que ha disipado el obstá-
culo. Esto dará entonces la medida total de la fuerza que la 16
resistencia quita realmente al cuerpo, porque da a conocer qué grado de ella hay que añadir para que el cuerpo no haya perdido nada.

No puedo menos que hacer todavía una indicación so- 20
bre el modo en que la Marquesa ataca las tesis de su adver-
sario. Me parece que no ha podido elegir mejor método 22
para infligirle el golpe más sensible de todos, puesto que ha tratado de dar a sus argumentos el aire de algo extraño
y absurdo. Una presentación seria promueve en el lector el 25
estudio y la atención conveniente, y deja abierto el espíritu a todas las razones que se pueden aportar por uno u otro
lado. Pero la forma extravagante en que ella presenta las 28
opiniones de su adversario se apodera enseguida del punto flaco del lector y anula en él el afán de una conside-
ración más detallada. La fuerza anímica que rige los jui- 31
cios y las meditaciones es de una naturaleza perezosa y tranquila; se alegra de encontrar su punto de reposo y permanece gustosamente tranquila en lo que le aparta de una penosa meditación; por esto se deja ganar fácilmente por tales representaciones, que dan verosimilitud de una vez a una de las dos opiniones y declaran innecesario el es-
fuerzo de ulteriores investigaciones. Por consiguiente, 133,1
nuestra filósofa habría podido emplear su *ridendo dicere verum,* o sea, la ocurrencia de decir jocosamente la verdad a su adversario, con más equidad y a lo mejor con mayor éxito, si su adversario hubiera sido incapaz de más serias
razones y se le hubiera querido hacer sentir su ridiculez. 6
La observación que hago aquí tendría, contra cualquier

otra persona de su sexo, el aire de unos modales deplorables y del tipo de conducta que se denomina pedante; pero la inteligencia y saber de la persona aludida, que se sobrepone a todas las demás de su sexo y también a una gran parte de las del otro, le privan al mismo tiempo de los privilegios del bello sexo, a saber, de la adulación y los elogios fundados en ella.

Aún por esto resulta excelente la elección de Mairan: 15
porque los resortes que miden en su método la fuerza aplicada no sólo son iguales, sino que serían comprimidos en tiempos iguales; en consecuencia, se satisface tanto a los leibnicianos, que insisten en la igualdad del espacio si han de reconocer que la fuerza sea igual, como a los cartesianos, que exigen esto con respecto al tiempo.

III

Adiciones a los §§ 45, 46, 47 23

Me parece que no he podido decir nada más cierto e irre- 24
futable que aquello de que un resorte no puede impeler a un cuerpo si no se afirma contra un soporte con la misma potencia y se apoya con el mismo vigor que impulsa por el otro lado al cuerpo con su fuerza de recuperación; y, por consiguiente, como en el caso de *Bernoulli* no hay otro soporte que el cuerpo *B,* tiene que aplicar la misma potencia de esfuerzo que puede aplicar a *A;* porque el resorte no impulsaría en absoluto al cuerpo *A,* si *B* no lo mantuviese apretado oponiéndose a su distensión; por esto recibe igualmente toda la fuerza que el resorte aporta a *A,* porque no es un soporte inamovible. A pesar de que todo el 35
mundo piensa de igual modo, Johann Bernoulli captó en lo contrario no sé qué clara luz, que le inspiró una seguridad invencible. Dice: *Non capio, quid pertinacissimus ad-* 134,3
versarius, si vel scepticus esset, huic evidentissimae demonstrationi opponere queat, y poco después: *Certe in nostra potestate non est, aliquem eo adigere, ut fateatur, discere, quando videt solem horizontem ascendere.* No 7
consideremos con indiferencia este tropiezo de la razón humana en la persona de un hombre tan grande, sino aprendamos a desconfiar prudentemente de nuestro más

firme convencimiento y suponer siempre que tampoco estamos libres del peligro de engañarnos, a fin de que el entendimiento conserve su equilibrio, al menos hasta que haya tenido tiempo de examinar satisfactoriamente las circunstancias, la demostración y lo contrario.

En este mismo tratado que comentamos muestra Ber- 16
noulli cómo se puede comunicar la misma fuerza a un cuerpo en un tiempo menor, mediante la presión de un número igual de resortes. Ya he respondido suficientemente 18
a esto, en la medida que propiamente interesa a nuestro objeto; pero aún quiero añadir aquí una observación que a decir verdad no concierne a nuestro propósito, pero que no obstante puede tener una utilidad peculiar. Dice allí 22
que la bola *F* obtendrá siempre la misma fuerza mediante los cuatro resortes *a, b, c, d,* si se ensamblan en una línea, como en la Fig. 23.; o en dos partes contiguas, como en la Fig. 24.; o en 4 partes semejantes, como muestra la Fig. 25.

Figura 23

Figura 24

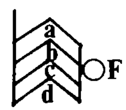

Figura 25

Recapitulación de la forma en que Bernoulli cree que pasa a un cuerpo la fuerza total de muchos resortes

Téngase en cuenta aquí la siguiente cautela. La idea de 27, 27
aquél sólo es verdadera en unas circunstancias tales, que los resortes ensamblados *a, b, c, d,* (Fig. 24.) no comuniquen todavía al cuerpo una velocidad mayor que aquélla con que se recuperaría separadamente por sí mismo uno de estos resortes; porque tan pronto como ocurre esto, se equivoca uno si, de acuerdo con el plan de Bernoulli, quiere dar al cuerpo, mediante resortes asociados paralelamente (Fig. 25.), la misma velocidad que le pueden comunicar en serie uno tras otro. Sea 10, en efecto, la veloci- 135,1
dad que comunica la fila de resortes de la figura 23 al cuerpo hasta que se ha estirado por completo, y 8 en cambio la velocidad con que uno de ellos, p. ej. *a,* se distiende por sí solo, o sea, sin impulsar ningún cuerpo. Está claro

entonces que, con el método de la figura 25, los 4 resortes
sólo podrán comunicar al cuerpo 8 grados de velocidad.
Porque, tan pronto como el cuerpo ha recibido estos gra- 7
dos, tiene tanta velocidad como tienen por sí mismos los
resortes que deben impulsarle cuando se distienden libre-
mente; por tanto, no podrán entonces transmitirle nada
más. Sin embargo, es indiscutible que si este cuerpo *F* 11
tiene que comprimir de nuevo mediante una colisión estos
4 resortes de la figura 25, precisa para ello 10 grados de
fuerza, al igual que en las figuras 23 ó 24. Pero como esta 14
misma figura 25 puede simbolizar la fuerza elástica de un
cuerpo cualquiera, se infiere de ello que es posible que un
cuerpo completamente elástico pueda colisionar contra
un soporte inamovible con una determinada velocidad y,
a pesar de esto, la velocidad con que retrocede puede ser
mucho menor que la que tenía al chocar. Pero si se desea 19
que estos cuatro resortes hayan de comunicar al cuerpo
que impulsan toda su fuerza, se tiene que añadir 2/10 a la
masa de *F,* ya que entonces los 4 resortes compensarán en
la cantidad de materia lo que no pueden aportar con su ve-
locidad.

IV

Aclaración al § 105 26

Exposición detallada de los errores de la demostración wolffiana

No me he explicado con suficiente claridad, cuando he 27
querido denunciar en la pág. 116 un error inusual en el ar-
gumento de *Wolff.* Parece a primera vista como si la con- 29
clusión resultara matemáticamente, de acuerdo con la re-
gla: *aequales rationes sibi substitui invicem possunt;* pero
de hecho no tienen nada en común con ella. El caso ante- 33
rior era éste: *Tempora, quibus duo mobilia,* si sunt aequa-
lia, *eosdem effectus patrant, sunt reciproce ut celeritates.*
Sobre esta base concluye en el segundo punto de la demos- 136,2
tración: *Massae* corporum inaequalium, *quae eosdem ef-
fectus patrant, sunt reciproce ut celeritates.* De aquí con- 4
cluye Wolff (ya que así reza su argumento, si se analiza
convenientemente): como la proporción de los tiempos y
de las masas es igual en ambos casos a la proporción de las
velocidades, también serán iguales entre sí. Esto puede 7
aceptarse, pero sin descuidar las determinaciones bajo las

que son mutuamente iguales, a saber: que las masas de los
cuerpos desiguales que producen un mismo efecto guar-
den la misma proporción que los tiempos en que, nótese
bien, *cuerpos iguales* ejercen precisamente el mismo
efecto; porque ésta es la limitación que, como puede verse,
enlaza las proporciones. Pero la conclusión de Wolff es 13
ésta: por tanto, las masas de estos cuerpos guardan la
misma proporción que los tiempos en que *justo estos
cuerpos diferentes* producen el mismo efecto, lo cual es
una evidente adulteración de la proporción dada.

Si a nuestro autor se le hubiese ocurrido comparar entre 17
sí las dos tesis que quiere deducir recíprocamente, habría
tenido que ver con claridad meridiana, que no sólo no se
siguen una de otra, sino que se oponen diametralmente. O 21
sea, la primera tesis es ésta: *Actiones quibus corpora ae-
qualia eosdem effectus patrant, sunt ut celeritates.* De 22
aquí quiere colegir la otra tesis que resulta del segundo
punto de la demostración, a saber: *Actiones, quibus cor-
pora inaequalia eosdem effectus patrant, sunt etiam ut ip-
sorum celeritates; celeritates autem eorum sunt reciproce
ut massae.*

Si ahora tomamos, de acuerdo con lo regulado por la 27
primera tesis, dos cuerpos iguales *A* y *B,* tales que *B* tiene
una velocidad doble que *A,* según esta regla, la acción con
que *B* realiza el mismo efecto que *A* es dos veces mayor
que la acción del cuerpo *A;* porque aquél, debido a su
mayor velocidad, produce este efecto en un tiempo dos ve-
ces menor. Pero, según la segunda regla, se podría hacer *B* 32
la mitad de pequeño y, no obstante, la acción referida sería
tan grande como antes, aun cuando permaneciese como
antes la velocidad. Ahora bien, es evidente que, si *B* se 35
vuelve dos veces menor que lo que ha sido antes, y su velo-
cidad se mantiene igual, es imposible que haga el efecto
dado en el mismo tiempo que cuando su masa era doble;
sino que necesitará más tiempo para ello; con lo que,
como la acción resulta tanto más pequeña cuanto mayor
es el tiempo que ha sido empleado para el mismo efecto,
necesariamente tendrá que ser menor la acción que si la
masa de *B,* con la misma velocidad, es dos veces mayor, lo
cual contradice el resultado del segundo punto.

Sin embargo, todas estas contradicciones tienen que 137,8
darse en la demostración wolffiana precedente, si se le
concede la tesis en que se basa, o sea, que las *Actiones* pue-

den ser desiguales, aunque sus *Effectus* sean iguales. Esta 11
tesis, que nunca se le ha ocurrido mantener a mortal al-
guno, es una contradicción de la mejor especie, la más ní-
tida que cabe concebir. Porque la palabra acción es una 13
palabra relativa, que indica el influjo o efecto en una cosa
en la medida que otra cosa contiene el fundamento de
ello. Por consiguiente, el efecto y la acción son justo lo 16
mismo, y el sentido sólo se diferencia en que, en un caso,
hago referencia a la cosa que es su fundamento y, en el
otro, la considero fuera del mismo. Por tanto, sería tanto 19
como decir que una acción puede ser distinta de sí misma.
Además, únicamente tiene el nombre de acción porque de 20
ella depende un efecto, y si pudiera haber una parte de esta
acción de la que no dependiese un efecto equivalente, esa
parte no podría ser denominada acción. Además, si son 24
desiguales los tiempos en que ha sido producido el mismo
Effectus, entonces se mantienen no obstante iguales las
Actiones empleadas, y por ello se sigue solamente que en
tiempos iguales los efectos y también sus correspondien-
tes *Actiones* serán desiguales.

Resumiendo: enseguida salta a la vista que tienen que 29
haber sido motivos muy peculiares los que han ocasio-
nado unos errores tan singulares en este trabajo, que no
concuerdan en absoluto con la conocida y ponderadísima
sagacidad del autor, que se manifiesta en todo lo suyo. No 34
es difícil apreciar que el loable deseo de salvar el honor de
Leibniz, que por un tiempo se tuvo como el honor de toda
Alemania, ha motivado este esfuerzo, presentando la de-
mostración en una forma mucho más favorable de lo que
habría parecido a su autor en otro caso. La causa misma 138,2
era tan desesperada, que no podía ser defendida sin erro-
res, pero su empresa era sin embargo tan atrayente, que no
dejó lugar a una investigación objetiva. Lo mismo digo de 5
los desaciertos de hombres celebérrimos, como Hermann,
Bernoulli, etc., que he mostrado ya, o bien mostraré luego,
y en los que, fuera de este reproche, no se da nada seme-
jante. Por tanto, el honor del hombre del que hablamos 9
queda asegurado. Soy libre de tratar su alegato como algo 9
que no es de su propiedad. Entretanto, me puede espetar 11
lo que un filósofo más antiguo exclamó, si bien en una
ocasión que le afectaba algo más de cerca: *Sólo tocas la
concha de Anaxarco.* 14

QUE EXPONE UNA NUEVA ESTIMACION DE LAS FUERZAS VIVAS, COMO VERDADERA MEDIDA DE LAS FUERZAS DE LA NATURALEZA

2
3

§ 114

Cómo puede darse en la naturaleza una ley que resulta falsa en la matemática

Hemos demostrado detalladamente que la estimación de 5
las fuerzas por el cuadrado resulta falsa en las matemáti-
cas, y que éstas no permiten otra medida de las fuerzas
que la antigua o *cartesiana.* Entretando, hemos suscitado 8
en el lector, en distintos lugares del capítulo precedente, la
esperanza de introducir en la naturaleza, a pesar de todo,
la estimación por el cuadrado, y ahora es tiempo de cum-
plir con nuestra promesa. Este atrevimiento dejará perple- 12
jos a la mayoría de mis lectores; pues parece como si de
ello se siguiera que las matemáticas no son fidedignas y
que es aceptable recurrir contra su sentencia. Pero el 16
asunto no es realmente así. Si la matemática impusiese su 16
ley sobre todos los cuerpos en general, también quedarían
incluidos en ellos los de la naturaleza, y sería vano esperar
una excepción. Pero aquélla establece su propio concepto 19
de cuerpo, en virtud de los *Axiomatum* que le son preci-
sos, de modo que hay que presuponerlos en sus cuerpos,
pero son de tal índole que excluyen y no permiten en los
mismos ciertas propiedades, que sin embargo se encuen-
tran necesariamente en los cuerpos naturales; por consi-
guiente, los cuerpos de la matemática son completamente
diferentes de los cuerpos de la naturaleza, y por ello algo
puede ser verdadero en aquéllos, sin que pueda ser exten-
dido a éstos.

§ 115

Distinción entre los cuerpos matemáticos y naturales, y entre las leyes que les corresponden

Vamos a ver ahora qué propiedad es la que se da en los 140,6
cuerpos de la naturaleza y la matemática no permite en los
suyos, ocasionando que aquéllos y éstos sean cosas de gé-
neros completamente distintos. Las matemáticas no per- 10
miten que sus cuerpos tengan una fuerza que no haya sido
enteramente producida por la causa externa de su movi-
miento. Por tanto, no admiten en un cuerpo otra fuerza 13
que la que ha sido originada en él desde fuera, y por eso
siempre se encontrará con exactitud, y en la misma me-
dida, en la causa de su movimiento. Esta es una ley funda- 17
mental de la mecánica, cuya presuposición sin embargo
no da lugar a ninguna otra estimación que la *cartesiana*.
Pero los cuerpos de la naturaleza son de una índole com- 19
pletamente diferente, como pronto probaremos. Estos tie- 20
nen en sí una capacidad, la fuerza, que, suscitada en ellos
por la causa de su movimiento, aumentan en sí por sí mis-
mos, de modo que puede haber en ellos grados de fuerza
que no han nacido de la causa externa del movimiento, y
también son mayores que ella, que, en consecuencia, no
pueden ser medidos con la misma medida con que se mide
la fuerza cartesiana, y tienen otra estimación. Vamos a 27
tratar esta propiedad de los cuerpos naturales con toda la
precisión y seriedad que requiere un asunto tan impor-
tante.

§ 116

La velocidad no es un concepto de fuerza

La velocidad, como hemos visto en el § 3, no encierra en y 31
para sí el concepto de una fuerza. Porque es una determi- 33
nación del movimiento, esto es, de la situación del cuerpo
en que éste no emplea la fuerza que tiene, sino que está
inactivo con ella. Propiamente es el número de la fuerza 141,1
que tiene un cuerpo cuando está en reposo, esto es, la que
tiene con una velocidad infinitamente pequeña; o sea, es
el número en el que la fuerza presente en el cuerpo con una
velocidad infinitamente pequeña es la unidad. Esto se in- 5
fiere clarísimamente del tipo de análisis según el método
del excelente caso de Jurin (§ 110) si, de modo parecido a
como éste considera la velocidad integrada por dos partes
iguales, la ponderamos en sus partes infinitesimales.

§ 117

No habría ninguna fuerza, si no hubiese una tendencia a conservar el estado de los cuerpos

Para saber con precisión qué determina propiamente el 11
concepto de fuerza, tenemos que proceder del modo que
sigue. La fuerza se estima con razón mediante el obstáculo 13
que quebranta y elimina en el cuerpo. De aquí se infiere 15
que un cuerpo no tendría ninguna fuerza, si no hubiese en
él un esfuerzo para conservar el estado que el obstáculo
trata de eliminar; pues de no haber esto, lo que tendría que
quebrantar el obstáculo sería igual a 0.

Qué es la intensión

El movimiento es el fenómeno externo de la fuerza, 20
pero el esfuerzo por mantener este movimiento es la base
de la actividad, y la velocidad indica cuántas veces hay que
tomarlo para tener toda la fuerza. A partir de ahora lo lla- 24
maremos intensión; por esto, la fuerza es igual al pro-
ducto de la velocidad por la intensión.

Aclaración de este concepto

A fin de tener un ejemplo en el que se pueda advertir 26
con mayor claridad este concepto, supóngase el resorte
cuádruple *a, b, c, d* (Fig. 23.). Si ahora establecemos que la 28

Figura 23

velocidad con que cada uno de ellos empieza a recuperarse
aisladamente es igual a 1, la velocidad inicial con que se re-
cupera todo el resorte *a, d,* que está compuesto de 4 igua-
les, cuando se distienda libremente, es igual a 4, y parece
como si se siguiera de ello que la velocidad inicial que el re-
sorte cuádruple imprime a un cuerpo vaya a ser cuatro ve-
ces mayor que la que produce el simple. Pero la intensión 142,2
es en el resorte cuádruple 4 veces menor que en el simple,
ya que justo la misma fuerza que comprimiría en determi-
nada medida uno de estos cuatro resortes enlazados con-
tra un soporte fijo, comprime el resorte cuádruple cuatro
veces más, porque el soporte del resorte simple, si está de
este modo unido con otros 3, es un apoyo móvil, y como
consecuencia de la rigidez, o lo que es lo mismo, de la in-
tensión del resorte cuádruple, se quita lo que cede su velo-
cidad. Por tanto, sucede que la velocidad inicial que co- 9
munica un resorte cuádruple a un cuerpo no es mayor que
la que pueda tener éste de uno simple, si bien la velocidad
inicial de aquél, cuando se distiende libremente, supera
cuatro veces a ésta. Y ésto puede servir para hacer com- 13

prensible el concepto de intensión y mostrar por qué hay que tomarlo necesariamente en cuenta en la estimación de la fuerza.

§ 118

Si la intensión es como un punto, la fuerza es como una línea, es decir, como la velocidad

Si la fuerza de un cuerpo es de tal clase que sólo se es- 18
fuerza por mantener durante un instante el estado de movimiento, pudiendo ser la velocidad como se quiera, este esfuerzo o intensión es igual para cualquier velocidad; por consiguiente, toda la fuerza de un cuerpo semejante sólo está en proporción de su velocidad; porque uno de los factores es siempre igual, y por consiguiente el producto que indica la cantidad de la fuerza es proporcional al segundo factor.

§ 119

Si la intensión es finita, esto es, como una línea, la fuerza es como el cuadrado

En un movimiento así sería preciso una incesante renova- 28
ción exterior de la fuerza desaparecida en el cuerpo en cada instante, y la fuerza, si el cuerpo tuviera que efectuar de este modo un movimiento perpetuo, siempre sería sola-
mente un efecto de un impulso externo constante. Pero 33
también se infiere claramente de esto que si, en cambio, la fuerza del cuerpo fuese de tal índole que contuviese en sí un esfuerzo suficiente para conservar uniforme e incesantemente por sí mismo, sin ayuda externa el movimiento con la velocidad dada, esta fuerza tendría que ser de una clase completamente diferente y también infinitamente más perfecta.

Porque la intensión de aquélla es igual para todas las ve- 143,5
locidades, a saber, infinitamente pequeña, y sólo es multiplicable la cantidad de velocidad; en cambio, en ésta tiene que ser siempre proporcional a la velocidad y también tiene que ser multiplicada por ésta, resultando de ello la
verdadera medida de la fuerza. Porque la velocidad finita 10
cuya intensión es infinitesimal proporciona una fuerza cuya unidad es la que forma esta intensión con una veloci-
dad infinitesimal. Por tanto, si un cuerpo debe basar en sí 13
mismo suficientemente esta velocidad y fuerza, a fin de tener todo el esfuerzo para conservarlas a perpetuidad, su

intensión tendrá que ser proporcional a esta fuerza o velo-
cidad. Y de aquí resulta entonces una potencia completa- 16
mente nueva, que es el producto de la fuerza proporcional a la velocidad por la intensión, que ahora también es como la velocidad; producto que, por tanto, es igual al
cuadrado de la velocidad. Es fácilmente comprensible 20
que, así como cuando la fuerza que tenía el cuerpo con una intensión infinitesimal y una velocidad finita era como una línea, la que representa esta velocidad, y la intensión era como un punto; ahora en cambio la intensión es igualmente como una línea, y la fuerza resultante en este caso es como una superficie, que ha sido originada por el flujo de la primera línea, y ciertamente es como un cuadrado, porque las líneas mencionadas son recíprocamente proporcionales.

Nótese que prescindo aquí continuamente de la dife- 28
rencia de las masas, o bien las considero iguales, y, en segundo lugar, que supongo vacío el espacio en los movimientos que trato.

§ 120

El cuerpo que posee el esfuerzo interno para conservar un movimiento libre y perpetuo, tiene una fuerza que es como el cuadrado de la velocidad

Según esto, el cuerpo que basa suficientemente en sí 32
mismo su movimiento , de modo que puede explicarse satisfactoriamente por su esfuerzo interno que el movimiento que tiene se conservará por sí mismo libre, perpetuo e intacto hasta el infinito, tiene una fuerza que se mide por el cuadrado de la velocidad, o, como vamos a llamarla
en adelante, una fuerza viva. En cambio, si su fuerza no 144,4
tiene en sí el fundamento para mantenerse por sí misma, sino que se apoya solamente en la presencia de causas externas, entonces es como la simple velocidad, o sea, es una fuerza muerta.

§ 121

Los cuerpos, por su propio impulso interior, elevan a una altura infinitamente mayor y transforman en

Pero ahora vamos a considerar la fuerza de un cuerpo tal 10
como se produce cuando se origina en él por la acción de
una causa externa. Entonces se funda infaliblemente en la 12
presencia de esta causa externa, y dejaría de estar presente en el cuerpo en el mismo momento en que aquélla no pro-

un género completamente distinto los empujes externos

vocase el impulso. Por tanto, en el mismo momento en que 16
depende de la presencia de la causa externa, es de tal natu-
raleza, que tendría que desaparecer instantáneamente si
aquélla no estuviese presente; ya que por ahora no habla-
mos de si el cuerpo puede fundamentar por sí mismo des-
pués de ese instante la fuerza suscitada en él, ni de lo que
se seguiría entonces de ello. En dicho momento la inten- 22
sión de la fuerza es, por tanto, infinitamente pequeña y, en
consecuencia la fuerza misma, que se basa solamente en el
impulso exterior, es como la simple velocidad, esto es,
muerta. Pero si después el mismo cuerpo funda en su 25
fuerza inmanente la velocidad que le ha sido comunicada,
de modo que su esfuerzo origina una perpetua conserva-
ción libre del movimiento, entonces no hay ya más fuerza
muerta, sino una viva, que tiene el cuadrado por medida,
y que hay que calcular con respecto a aquélla como una 30
superficie con respecto a una línea. Por eso está claro que
un cuerpo de esta índole, si prosigue libremente por sí
mismo la velocidad que se le ha imprimido, aumenta infi-
nitamente por sí mismo y transforma en un género com-
pletamente distinto la fuerza que ha recibido de las causas
mecánicas externas; en consecuencia, está claro que se
prueba aquí la indicación que hemos dado en el § 115, y
que las fuerzas vivas se salen completamente de la compe-
tencia de las matemáticas.

Los cuerpos no pueden obtener de fuera una fuerza viva

Además, se infiere de esto que la fuerza viva no puede **145**,3
ser producida en un cuerpo mediante una causa externa,
ya sea ésta tan grande como se quiera, pues, en la medida
que una fuerza depende de una causa externa, siempre es
sólo como la simple velocidad, según hemos demostrado;
sino que tiene que recibir las determinaciones correspon-
dientes a la medida por el cuadrado de la fuente interna de
la fuerza natural del cuerpo.

§ 122

Hay infinitos grados intermedios entre las fuerzas vivas y muertas

Hemos probado que, si un cuerpo ha fundado *suficiente* y 12
completamente en sí mismo la causa de su movimiento, de
modo que pueda explicarse por la índole de su fuerza que
vaya a conservarse libre e invariable para siempre, tiene
una fuerza viva; pero si no sostiene *en absoluto* su fuerza
en sí mismo, sino que para ello depende del exterior, sólo

tiene una fuerza muerta, que es infinitamente menor que
aquélla. Esto proporciona al mismo tiempo la consecuen- 20
cia de que, si el mismo cuerpo ha fundado en parte su
fuerza, pero no por completo, está algo más próxima a las
fuerzas vivas y se diferencia en parte de las muertas, y que
necesariamente hay aún, entre estos dos límites extremos,
la fuerza plenamente viva y la plenamente muerta, infini-
tos grados intermedios que median entre aquélla y ésta.

La fuerza viva se origina solamente en un tiempo finito tras el comienzo del movimiento

Además resulta, en virtud del principio de continuidad, 27
que el mismo cuerpo que en el instante inicial tiene una
fuerza muerta y después recibe una fuerza viva, que res-
pecto a la primera es como la superficie respecto a la línea
generatriz, adquiere esta fuerza solamente en un tiempo
finito. Pues si se quisiera suponer que no recibe esta úl- 32
tima fuerza en un tiempo finito a partir del instante ini-
cial, sino inmediatamente en un lapso infinitesimal tras el
mismo, esto sería tanto como decir que ya tiene esta
fuerza viva en el momento inicial mismo. Porque el princi- **146**,2
pio de continuidad e incluso las matemáticas demuestran
que lo mismo es decir que un cuerpo se halla en el mo-
mento inicial de su movimiento, o en un lapso infinitesi-
mal después de aquél. Ahora bien, la fuerza en el mismo 5
punto de partida del movimiento es muerta, por tanto no
se puede decir sin cometer una contradicción que después
sea viva, como si se establece simultáneamente que esta
fuerza viva se va a encontrar en él antes de que transcurra
un tiempo finito desde la acción de la causa externa.

Aclaración de lo mismo

La fuerza natural del cuerpo prosigue por sí misma el 11
impulso recibido del exterior y, al ir acumulándose en sí
mediante un esfuerzo reiterado de la intensión, que antes
era como un punto, hasta llegar a ser como una línea pro-
porcional a la fuerza provocada en ella desde el exterior, la
cual está en razón de la velocidad, se acumula así la fuerza
misma obtenida del exterior que antes también era sólo
como una línea, de modo que ahora es como una superfi-
cie en la que un lado representa la velocidad y fuerza co-
municadas exteriormente, y el otro simboliza la intensión
desarrollada espontáneamente desde el interior del
cuerpo, que es proporcional a aquélla.

§ 123

Qué es la vivificación

Llamo *vivificación* de la fuerza de un cuerpo el estado en 23
que la misma todavía no es viva, pero está en vias de
serlo.

Qué ocurre con la intensión durante la vivificación de la fuerza

Por tanto, en el intervalo en el que la fuerza se vivifica, 26
que está comprendido entre ambos puntos, el inicial y
aquél en que la fuerza ya es plenamente viva, el cuerpo to-
davía no ha fundado suficientemente en sí mismo su
fuerza y velocidad. Quizá se les ocurrirá ahora a mis lecto- 31
res preguntar cómo es capaz el cuerpo en este intervalo de
conservar libre y uniformemente la velocidad que se le ha
comunicado y proseguir, puesto que entonces todavía no
ha fundamentado suficientemente en sí mismo su fuerza y
movimiento y, por consiguiente, tampoco puede conser-
varla por sí mismo. A esto respondo: ciertamente la fuerza **147**,1
no está acondicionada en este intervalo de modo que
quepa comprender a partir de ella un movimiento libre
perpetuo y sin merma, de no seguir siendo aumentada
aún mediante el esfuerzo interno. Pero no se trata de si el 5
esfuerzo de la fuerza es insuficiente para mantenerse de
este modo. Sólo se pregunta si la intensión de la fuerza, 6
que aún no ha crecido tanto como para que pueda conser-
var sin merma e incesantemente el movimiento, puede
conservarlo al menos durante el tiempo que es necesario
hasta su completa vivificación. Pero se comprueba que 10
esto no sólo es posible, sino que de hecho también ocurre
así, porque en todo este intervalo cada instante origina en
el cuerpo un nuevo elemento de intensión, que mantiene
durante un lapso infinitesimal la velocidad dada y, en con-
secuencia, todos los elementos de esta intensión que se
originan en el cuerpo durante el intervalo completo, man-
tienen la misma velocidad en todos los momentos del
mismo, o sea, todo el tiempo, según parece evidente con-
frontando esto con el § 18.

Si la vivificación tuviese que cesar antes de haberse completado, ¿qué ocurriría entonces con el movimiento?

Pero si suponemos que en el intervalo de la vivificación, 19
antes de haberse completado, el cuerpo deja repentina-
mente de seguir acumulando los elementos de intensión y
de vivificar por completo la fuerza, ¿qué ocurrirá enton-
ces? Está claro que entonces el cuerpo sólo conservará en 23
adelante en movimiento libre y fundamentará en sí mismo
un grado de velocidad proporcional a la intensión que ha
conseguido ya en este tiempo de vivificación; pero los res-

tantes grados de velocidad, que requieren una intensión
mayor que la que realmente existe para llegar a la vivifica-
ción completa, tienen que cesar y desaparecer repentina-
mente. Porque la intensión existente sólo está en condicio- 30
nes de fundamentar una parte de esta velocidad, y después
tampoco se originan a cada momento nuevos elementos
de intensión que conserven en todo momento la velocidad
dada, por tanto, la parte sobrante tiene que desaparecer
por sí misma.

¿Qué hubiera ocurrido entonces con la fuerza?

Por consiguiente, si un cuerpo que se mueve libremente 36
encuentra una resistencia a la que aplica su fuerza antes de
haber llegado a una vivificación completa con toda su ve-
locidad, la fuerza que ejerce es igual al cuadrado del grado
de velocidad proporcional y equivalente a la intensión al-
canzada, y que por tanto ha podido ser vivificada en el
tiempo dado, o también, al cuadrado de la intensión al-
canzada; con el grado restante el cuerpo es inactivo, o ac-
túa sólo en la medida de la simple velocidad, que de todos
modos es despreciable con respecto a la otra fuerza.

§ 124

Nueva estimación de la fuerza

Según esto, un cuerpo que conserva intacta hasta el infi- **148**,10
*nito su velocidad en movimiento libre, tiene una fuerza
viva, esto es, una fuerza tal que se mide por el cuadrado de
la velocidad.*

Condiciones de la misma

Pero éstas son también las condiciones que se añaden a 15
esta ley:

1. El cuerpo tiene que contener en sí el fundamento para 17
conservar libre, perpetua y uniformemente su movi-
miento en un espacio no resistente.

2. Por lo probado anteriormente, se ve que no obtiene 20
esta fuerza de la causa externa que le pone en movimiento,
sino que se origina, tras el estímulo externo, de la fuerza
natural interna del cuerpo.

3. Esta fuerza es producida en un tiempo finito. 24

§ 125

Esta ley es el principio capital de la nueva estimación de la 26
fuerza, de la que, si la nimiedad de mis juicios en compa-
ración con los grandes hombres con quienes tengo que tra-
tar me permitiera hablar con semejante autoridad, diría
que la pongo en lugar de las estimaciones de Descartes y
Leibniz, convirtiéndola en fundamento de la verdadera
dinámica. Entre tanto me inclino a estar convencido de 31
que esta ley puede propiciar tal vez el logro que, al no ha-
berse alcanzado, ha provocado la discrepancia y desunión
entre los filósofos de todas las naciones. Las fuerzas vivas **149**,1
se admiten en la naturaleza después de haber sido deste-
rradas de las matemáticas. No podrá echarse del todo la 3
culpa del error a ninguno de los dos grandes filósofos, ni a
Leibniz, ni a Descartes. Tampoco se verificará en la natu- 5
raleza la ley de Leibniz más que después de haber sido ma-
tizada por la estimación de Descartes. En cierto modo, 7
unificar consigo misma la razón humana, en las personas
de distintos hombres sagaces, equivale en cierta medida a
defender el honor de aquélla, e incluso cuando se contra-
dicen directamente, se descubre la verdad que en el fondo
nunca escapa por completo a éstos.

§ 126

Hay fuerzas vivas, porque existen movimientos libres

El que haya en la naturaleza fuerzas vivas sólo depende de 13
que haya en el universo movimientos libres, los cuales se
conservarían perpetua e inalterablemente si no hubiese
ninguna resistencia externa. El movimiento libre y perpe- 17
tuo de los planetas respalda esto y confirma la existencia
de fuerzas vivas en la naturaleza, así como muchísimas
otras experiencias que justifican que los cuerpos que se
mueven libremente sólo pierden su movimiento con arre-
glo a la resistencia y, sin ésta, lo conservarían siempre.

La matemática no permite ningún movimiento libre

De todos modos, también está claro que, en rigor, las 23
matemáticas no permiten ningún movimiento libre en sus
cuerpos. Porque no permiten lo que es necesario para rea- 25
lizar un movimiento libre y perpetuo, a saber, que el
cuerpo genere de su interior un esfuerzo y una fuerza que,
ni se han originado por una causa externa, ni pueden di-
manar de ella. Porque no reconoce en un cuerpo ninguna 29
otra fuerza que la producida por el cuerpo causante de su
movimiento.

§ 127

Un método más fácil para aprovechar estas consideraciones

Aun cuando las consideraciones y demostraciones prece- 34
dentes son, en la medida que lo permite la naturaleza del
asunto, comparables a los conceptos matemáticos y a su
claridad, quiero mostrar a pesar de todo, para satisfac-
ción de aquéllos a quienes es sospechoso todo lo que tiene
tan sólo la apariencia de metafísica y exigen a todo trance
una experiencia para fundamentar las consecuencias, un
método con el cual pueden utilizar estas consideraciones
con plena satisfacción. En efecto, voy a demostrar con ri- **150**,7
gor matemático al término de este capítulo, a partir de
una experiencia, que en la naturaleza se pueden encontrar
realmente fuerzas que tienen el cuadrado de la velocidad.

Estos señores pueden convencerse, por el resultado de 10
todas las demostraciones del segundo capítulo, de que
una fuerza semejante no puede ser efecto de una causa
mecánica exterior; porque si sólo se admite la fuerza
como efecto de la causa que ha conseguido desencadenar
el movimiento, no puede darse otra estimación que la sim-
ple velocidad. Esto les llevará luego al modo y manera en 15
que puede originarse esta fuerza de la fuerza natural in-
terna del cuerpo, y les introducirá paulatinamente en las
consideraciones que he hecho sobre la esencia de las fuer-
zas vivas.

§ 128

Bernoulli ha concebido ya estos conceptos

He dicho que la duración de la fuerza, libre y continuada 21
a partir del interior del cuerpo, es la verdadera caracterís-
tica por la que única y exclusivamente se puede compro-
bar que la misma sea viva y se mida por el cuadrado. Me he 25
alegrado extraordinariamente de encontrar estas ideas
con toda precisión en el trabajo de Bernoulli que hemos
mencionado antes. Ciertamente no ha expresado su opi- 27
nión con el lenguaje metafísico adecuado, sino como puro
geómetra, pero de todos modos con perfecta claridad: *Vis
viva,* dice, *est aliquid reale et substantiale, quod per se
subsistit, et quantum in se est, non dependet ab alio;* ---

Vis mortua non est aliquid absolutum et per se durans, etc. etc.

Esta cita resulta muy provechosa a mi consideración. 33
De otro modo, el matemático mira no sin cierta descon- 34
fianza las conclusiones que cree que se deducen de sutiles
distinciones metafísicas, lo cual retrasa necesariamente su
aceptación, y tendría que preocuparme de que deseara ha-
cer esto también con respecto a las mías; pero aquí está la
cosa tan clara, que resulta evidente para el geómetra más
riguroso al considerarla matemáticamente.

Sin embargo, no los ha fundamentado convenientemente

Me admira que, una vez que Bernoulli tuvo esta inspira- **151**,6
ción en el concepto de la fuerza viva, le haya sido posible
equivocarse hasta tal punto en el modo y manera con que
quiso demostrar esta fuerza. Hubiera podido comprobar 10
fácilmente que no iba a encontrar en los casos que son in-
determinados respecto a esto *realis et substantialis, quod
per se subsistit et est absolutum aliquid,* o que no se pue-
den hallar en ellos las determinaciones que deben condu-
cir a ello, porque éste es, como él mismo comprendió, el
rasgo peculiar de la fuerza viva, y lo que es indeterminado
con respecto a este carácter, tampoco puede conducir a la
fuerza viva. No obstante, creyó hallarla en el caso del re- 17
sorte que se distiende entre dos cuerpos desiguales, en el
que no sólo no se puede encontrar nada que hubiera de
conducir a la fuerza viva indicada, mediante el rasgo dife-
rencial mencionado antes, mejor que a la, así llamada,
muerta; sino que toda la fuerza que aparece en la disposi-
ción de su demostración es algo *quod non est aliquid ab-
solutum, sed dependet ab alio.*

De este modo nos convencemos otra vez de cuán peli- 24
groso es abandonarse al expediente de aprobar una de-
mostración aparente y complicada sin el hilo conductor
del método que hemos preconizado en los §§ 88, 89, 90 y
empleado con gran provecho, esto es, hasta qué punto es
ineludiblemente necesario ponderar de antemano los con-
ceptos necesariamente adheridos al asunto que es sujeto
de la demostración, e investigar luego si las condiciones de
la demostración encierran las determinaciones pertinen-
tes que miran al establecimiento de estos conceptos.

§ 129

Las fuerzas vivas son de naturaleza contingente

Hemos probado que la existencia de las fuerzas vivas en la 34
naturaleza se funda solamente en la suposición de que se
dan en ella movimientos libres. Ahora bien, no se puede 36
descubrir a partir de las propiedades geométricas y esen-
ciales de un cuerpo ningún argumento que tuviera que dar
a conocer una capacidad como se requiere para la produc-
ción de un movimiento libre e invariable, según lo que he-
mos convenido anteriormente con respecto a esto. Por **152**,5
tanto, se sigue que no puede reconocerse las fuerzas vivas
como una propiedad necesaria, sino que son algo hipoté-
tico y contingente. Leibniz reconoció esto mismo, como 8
confiesa especialmente en la Teodicea, y Daniel Bernoulli
lo confirma por la manera que, según piensa, hay que em-
plear para hacer demostrables las fuerzas vivas, a saber:
suponiendo la ecuación fundamental $d\,v = p\,d\,t$, en la que
$d\,v$ indica el elemento de velocidad; p, la presión que ori-
gina la velocidad; y $d\,t$ el elemento de tiempo en que la pre-
sión ha producido la velocidad infinitesimal. Dice que 16
esto es algo hipotético, que se tiene que aceptar. Los otros 17
valedores de las fuerzas vivas, que tenían escrúpulos en di-
sentir de Leibniz, no han desentonado. Y no obstante, han 20
buscado las fuerzas vivas en casos que son geométrica-
mente necesarios, y también han creído encontrarlas, lo
cual con seguridad es de admirar en grado sumo.

También han reconocido esto los leibnicianos

Y sin embargo, las buscan entre las verdades geométricas necesarias

Error singular de Hermann en esta materia

Hermann lo intentó de la misma manera, sin dejarse 24
desconcertar por la contingencia de las fuerzas vivas. Pero 26
la predisposición favorable hacia las ideas de Leibniz y el
propósito de alcanzar por completo el objetivo, le llevaron
a un sofisma que sin duda es digno de llamar la atención.
Me parece que no sería fácil encontrar a nadie que se le 29
ocurriera razonar así: las dos cantidades *a* y *b* tienen que
juntarse y considerarse unidas, *ergo* tienen que multipli-
carse; y sin embargo, esto lo dijo al pie de la letra Her-
mann, que era un gran maestro de la argumentación.
«Como el cuerpo, dice, que recibe al caer un nuevo ele- 34
mento de fuerza tiene ya una velocidad, ésta tiene que to-
marse también en consideración. Por tanto, se combina- 37
rán la velocidad *u*, que ya tiene, su masa *M* y el elemento
de velocidad o, lo que es lo mismo, el producto de la grave-
dad *g* por el tiempo, esto es, *gdt*. Ergo dV, *o sea, el ele-* **153**,3
mento de la fuerza viva, es igual a gMudt, *esto es, al pro-
ducto de las magnitudes aquí señaladas.*»

§ 130

La experiencia confirma la vivificación sucesiva

Nuestra teoría conlleva que un cuerpo que se mueve libre y 7
uniformemente no tiene aún al comienzo de su movimiento su fuerza máxima, sino que la misma es mayor
cuando se ha movido ya un tiempo. Me parece que hay 11
ciertas experiencias, conocidas por todos, que confirman
esto. Yo mismo he encontrado que una bala, con cargas de 12
escopeta perfectamente iguales y exacta concordancia de las otras circunstancias, penetraba con mucha mayor profundidad en un madero al dispararla a algunos pasos del objetivo, que al tirar sólo a algunas pulgadas del madero.
Los que tengan mejor oportunidad que yo de preparar el 16
experimento, pueden hacer pruebas más precisas y mejor
ponderadas. De todos modos, la experiencia enseña que la 18
intensión de un cuerpo que se mueve libre y uniformemente aumenta en él y sólo después de un tiempo determinado tiene la magnitud conveniente, de acuerdo con las tesis que he probado.

§ 131

Ahora, una vez que hemos puesto el fundamento de una 24
nueva estimación de las fuerzas, tendríamos que tratar de indicar las leyes que están relacionadas particularmente con ella, y que por así decir forman el entramado de una nueva dinámica.

Estoy en situación de exponer algunas leyes que regulan 28
la vivificación de la fuerza, pero, puesto que este tratado está consagrado a esbozar el plan inicial de estas propiedades tan novedosas e insospechadas de las fuerzas, tengo motivos para preocuparme de que mis lectores, que están interesados preferentemente en asegurarse de lo esencial, sólo a disgusto se verían implicados en una investigación profunda de un asunto marginal, toda vez que hay tiempo suficiente para aventurarse en ello cuando lo principal esté suficientemente asegurado y corroborado mediante experiencias.

En consecuencia, trataré solamente de comunicar con 154,3
la mayor claridad posible las leyes más generales y dignas de estudio relacionadas con nuestra estimación de las fuerzas, y sin las que no podría comprenderse bien su naturaleza.

§ 132

La siguiente observación expone una ley dinámica com- 8
pletamente desconocida y que posee una importancia fuera de lo común en la estimación de las fuerzas.

La vivificación de la fuerza no es válida para todas las velocidades en general

Hemos visto que un cuerpo que actúa en estado de re- 11
poso sólo ejerce una presión muerta, que es de un género completamente distinto que las fuerzas vivas, y sólo tiene por medida la simple velocidad, cosa en la que concuerdan tanto el bando de los cartesianos como los discípulos
de Leibniz. Pero un cuerpo cuya velocidad es infinita- 16
mente pequeña propiamente no se mueve y, por tanto, tiene la fuerza que reside en el estado de reposo; por consiguiente, su medida es la simple velocidad.

Así pues, si queremos determinar los movimientos per- 20
tenecientes al género de las fuerzas vivas, no hay que extenderlo a todos los movimientos cuya velocidad sea
grande o pequeña a voluntad, esto es, sin que en ellos esté 24
determinada la velocidad. Porque entonces la misma ley sería válida para todos los grados de velocidad menores hasta el infinito, y los cuerpos podrían tener una fuerza viva incluso con una velocidad infinitesimal, lo cual ha sido desmentido hace poco.

La velocidad tiene que estar determinada

Según esto, la ley de la estimación por el cuadrado no es 28
válida para todos los movimientos independientemente
de su velocidad, sino que ésta ha de tenerse en cuenta. Por 31
eso no podrán vivificarse las fuerzas vinculadas a algunos grados de velocidad, y habrá una determinada magnitud de velocidad con la que la fuerza puede adquirir por primera vez la vivificación, y por debajo de la cual, en todos
los grados menores hasta el infinito, no puede pasar esto. 35

Por consiguiente, tampoco es posible un movimiento libre con todas las velocidades sin distinción

Como además la completa vivificación de la fuerza es 155,1
la causa de la libre y perpetua conservación del movimiento, se sigue que ésta tampoco es posible para todas las velocidades sin limitación, sino que aquí ha de estar determinada igualmente, esto es, la velocidad ha de tener una determinada magnitud si el cuerpo ha de realizar con la misma un movimiento perpetuo, invariable y libre; por debajo de este grado, con todos los grados menores, no sería posible esto, hasta que esta propiedad desaparece por completo con un grado infinitesimal de velocidad, y la duración del movimiento es sólo algo instantáneo.

Por tanto, la regla de la libre e invariable prosecución 13
del movimiento no será válida en general, sino sólo a partir de un determinado grado de velocidad; por debajo del mismo se agotarán por sí mismos y desaparecerán todos los grados menores de movimiento, hasta que el movimiento dure sólo un instante con un grado infinitesimal, y precise una renovación perpetua desde el exterior. Por eso 18
no es válida la regla de *Newton* en un sentido indeterminado para los cuerpos de la naturaleza: *Corpus quodvis pergit in statu suo, vel quiescendi, vel movendi, uniformiter, in directum, nisi a causa externa statum mutare cogatur.*

§ 133

La experiencia confirma esto

La experiencia confirma esta indicación; porque si pu- 24
diera ser vivificada la velocidad infinitamente pequeña, tendría que ser vivificada en un tiempo infinitamente pequeño, debido a su proporción con respecto a la vivificación de las fuerzas finitas (§ 122); por lo tanto, dos cuerpos, si ejerciesen nada más que la presión de la gravedad, sólo tendrían ciertamente fuerzas proporcionales a las velocidades; pero, tan pronto como cayesen desde una altura insignificante, su fuerza tendría que ser como el cuadrado de aquélla; lo cual se opone al principio de continuidad y la experiencia; pues, como ya hemos mencionado, un cuerpo que no rompe con su peso un vidrio, tampoco tiene la fuerza precisa para hacerlo si se le deja caer sobre el mismo desde una altura irrelevante; y *2* cuerpos que pesan lo mismo conservarán también el equilibrio si se les deja caer a ambos un poco sobre los platos de la balanza, mientras que, de verificarse aquello, tendría, que ocurrir aquí una oscilación extraordinaria.

Aplicación al movimiento *in medio resistente*

Esta regla debe tenerse en cuenta, por lo tanto, para la 156,4
determinación de las reglas de la resistencia del medio en
que los cuerpos se mueven libremente. Porque si la veloci- 6
dad empieza a resultar ya muy pequeña, la disminución del movimiento no es producida por el medio tanto como antes, sino que aquél se pierde en parte por sí mismo.

§ 134

¿Es posible la vivificación y el movimiento libre en todos los grados de velocidad mayores, hasta el infinito?

Estamos en medio de la tarea más bella que jamás haya 12
podido ofrecer la mecánica abstracta.

Hemos planteado la pregunta de si el cuerpo puede ob- 15
tener la completa vivificación de la fuerza y proseguir libre e invariablemente su movimiento con todas las velocidades, *aunque fuesen tan pequeñas como se quiera.*
Ahora vamos a examinar si también son capaces de ha- 19
cerlo en todos los grados mayores de velocidad hasta el infinito, esto es, si los cuerpos pueden proseguir libremente y conservar sin merma el movimiento que se les ha comunicado y, por consiguiente, si pueden llegar a una completa vivificación de la fuerza, *siendo tan grande como se quiera* la velocidad que les ha sido comunicada.

Dado que la vivificación y la prosecución libre e inva- 26
riable del movimiento basada en aquélla resulta de la fuerza natural interna del cuerpo, se presupone siempre que ésta es capaz de producir en sí aquélla y de llegar por sí misma al grado de intensión requerido; por lo cual, la consecución de todos los grados más altos hasta el infinito de fuerza viva depende única y exclusivamente de la magnitud y capacidad de esta fuerza natural. Ahora bien, nin- 32
guna magnitud natural es realmente infinita, como demuestra la metafísica de un modo infalible; por tanto, la mencionada fuerza natural de un cuerpo cualquiera tiene que tener también una magnitud finita. Por eso está tam- 35
bién limitada en una proporción finita su capacidad de actuar, y se sigue que sólo se extenderá hasta un determinado límite finito su capacidad de producir por sí fuerzas vivas en grados de velocidad progresivamente mayores, esto es, que el cuerpo no puede vivificar con ella la fuerza para todos los grados de velocidad hasta el infinito, ni, por consiguiente, conseguir una persistencia infinita e invariable de aquélla en movimiento libre, sino que esta aptitud del cuerpo es válida sólo hasta una cierta cantidad de velocidad, de modo que, para todos los grados superiores, la aptitud del cuerpo no basta ya para llevar a cabo la vivificación correspondiente a la misma y producir por sí una fuerza equivalente.

§ 135

Qué se deriva de aquí con respecto al movimiento libre

De aquí se sigue que, si este grado es definido, el cuerpo, **157**,13
cuando una causa externa le impulse con una velocidad mayor, desde luego cederá a ella y adquirirá esa velocidad tanto tiempo como dure el impulso exterior; pero, tan pronto como cese aquél, tiene que perder también al punto por sí mismo el grado que está por encima de la proporción definida; y sólo conservará y proseguirá libre e invariablemente el que el cuerpo es capaz de vivificar de acuerdo con la medida de su fuerza natural.

La capacidad de los cuerpos a este respecto es diversa

Además, resulta de esto que es posible y también proba- 22
ble que, entre la gran multiplicidad de los cuerpos de la naturaleza, su fuerza natural sea de diferentes magnitudes en los distintos cuerpos, y en consecuencia, que uno de ellos sea capaz de proseguir libremente una velocidad determinada, mientras que la fuerza natural de otro no alcance a ello.

Resumen

Por tanto, la cantidad de velocidad con la que puede 31
darse la vivificación de la fuerza de un cuerpo determinado está encerrada entre dos límites, no pudiendo mantenerse la vivificación por debajo de uno de estos límites o
por encima del otro. 33

§ 136

La fuerza viva puede desaparecer parcialmente sin efecto

Hemos visto en el § 121 que la fuerza de un cuerpo, **158**,2
cuando se ha vivificado, es mucho mayor que la causa mecánica que le había dado todo el movimiento; y que por esto un cuerpo con 2 grados de velocidad tiene 4 grados de fuerza, a pesar de que la causa externa de su movimiento, según indica el método de Jurin (§ 110), sólo ha actuado
en él con 2 grados de fuerza. Vamos a explicar ahora cómo 9
puede detener por completo a un cuerpo un obstáculo cuya potencia es mucho más pequeña que su fuerza y que, en consecuencia, *del mismo modo que en el primer caso la fuerza viva se origina en parte por sí misma, en el segundo puede desaparecer por sí misma al superar un obstáculo que es mucho menor que ella.*

Demostración

Para demostrar esto, no hay más que invertir el caso de 15
Jurin (§ 110). Muévase la barca *AB* de *C* a *B* con una velo- 16
cidad igual a 1. Además vamos a suponer que la bola *E* se
mueve en la misma dirección, o sea *CB*, pero con movi- 17
miento libre y una fuerza viva, con una velocidad igual a 2; en consecuencia, esta bola encontrará el obstáculo *R*, que se representa aquí mediante un resorte y cuya fuerza es igual a 1, con un simple grado de velocidad; pues, por lo que respecta al otro grado, ella no se mueve con el mismo con respecto a este obstáculo, porque éste se mueve igualmente en la misma dirección, y en consecuencia al cuerpo sólo le queda respecto al mismo un grado de movimiento.
Pero, con un simple grado de velocidad, la fuerza también 26
es igual a 1, y en consecuencia la bola choca con una fuerza igual a 1 contra el obstáculo, que igualmente tiene una fuerza simple y, por tanto, perderá a través del mismo
su grado de velocidad y fuerza. Pero entonces conserva 30
sólo un grado de movimiento absoluto y en consecuencia un solo grado de fuerza también, que por ende puede ser anulado de nuevo mediante otro obstáculo que sea igual a 1; en consecuencia, un cuerpo en el que suponemos una fuerza viva, y que por lo tanto tiene con 2 grados de velocidad 4 grados de fuerza, puede ser detenido por dos obstáculos, cada uno de los cuales tiene sólo un grado de fuerza, con lo que de este modo desaparecen en él por sí mismos 2 grados, sin ser suprimidos ni destruidos mediante causas externas.

§ 137

Las circunstancias en las que un cuerpo disipa sin efecto **159**,4
una parte de su fuerza viva son, por consiguiente, éstas: que le opongan resistencia sucesivamente dos o más obstáculos de tal modo, que cada uno no se oponga a toda la velocidad del móvil, sino sólo a una parte de ella, como enseña el desenlace del § anterior.

Explicación de esta tesis de acuerdo con nuestros conceptos de la fuerza viva

Puede comprenderse sin dificultad del modo que sigue, 10
cómo concuerda esto con nuestros conceptos de la fuerza
viva. Si se divide en sus grados la velocidad de un cuerpo, 12
la fuerza viva que se encuentra en cada uno de esos grados separado de los demás y que, por tanto, emplea el cuerpo cuando actúa únicamente con ese grado sin los restantes, es igual al cuadrado de ese grado; pero si actúa simultánea y unitariamente con toda su velocidad, la fuerza total es

igual al cuadrado de ésta y, por consiguiente, la parte de la fuerza que se añade al mencionado grado de velocidad es como el *Rectangulum* formado por ese grado y toda la velocidad, lo cual representa una cantidad mucho mayor
que la que había en el caso anterior. Porque, si suponemos 23
que toda la velocidad se compone de, p. ej., 2 grados, que son comunicados al cuerpo uno después de otro, cuando la velocidad era aún 1, la fuerza viva sólo se elevaba también a 1; pero, después de añadirse el segundo grado, no sólo se originó en el cuerpo de nuevo un grado de fuerza, que es proporcional solamente al segundo grado de velocidad; sino que la fuerza natural elevó aún la intensión en la misma proporción en que había crecido la velocidad, e hizo que la fuerza viva resultase cuádruple con la velocidad global, siendo así que la suma de las fuerzas con todos los grados aislados sólo habría sido doble; en consecuencia, que cada grado, al actuar conjuntamente con los demás pudo ejercer 2 grados de fuerza, mientras que cada
cual por sí tenía uno solo al actuar separadamente. Por 35
esto, si un cuerpo que tiene una fuerza viva y, por consiguiente, 4 grados de fuerza con una velocidad doble, emplea toda su velocidad no de una vez, sino un grado tras otro, solamente ejerce una fuerza doble, mientras que los 2 restantes que existían en el cuerpo con la velocidad global desaparecen por sí mismos una vez que la fuerza natural deja de conservarlos, del mismo modo que en su obtención han sido producidos espontáneamente a partir de esta fuerza natural.

§ 138

Esta observación recompensa nuestros esfuerzos con im- 160,9
portantes consecuencias.

Consecuencias

1. No encontramos el efecto completo de la fuerza viva 10
más que cuando el obstáculo haga resistencia a la vez a toda la velocidad del cuerpo que lo acomete con fuerza viva, y soporta conjuntamente todos los grados de la misma.

2. Cuando, en cambio, el obstáculo sólo se opone aisla- 14
damente a un grado de aquélla y, en consecuencia, no soporta toda la velocidad más que poco a poco en grados se-

parados, se pierde por sí misma una gran parte de la fuerza viva sin haber sido anulada por el obstáculo, y sería erróneo creer que el obstáculo que de este modo agota todo el
movimiento ha destruido asimismo toda la fuerza. Esta 20
pérdida es siempre tanto más considerable, cuanto menor es el grado de velocidad que el obstáculo soporta en com-
paración con toda la velocidad del móvil. Divídase, p. ej., 23
la velocidad con que un cuerpo tiene su fuerza viva en 3 grados iguales, pudiéndose oponer el obstáculo a uno solo de ellos cada vez; entonces, aun cuando el cuerpo tenga una fuerza viva con cada uno de esos grados en particular, la fuerza de cada grado en particular es igual a 1, y por consiguiente la potencia del obstáculo que vence esos 3 uno tras otro es también igual a 3; pero toda la fuerza viva de este cuerpo era igual al cuadrado de 3, esto es, a 9; en consecuencia, se han perdido por sí solos, sin resistencia exterior, 6 grados de fuerza, esto es, $\frac{2}{3}$ del total. En
cambio, si tomamos otro obstáculo que soporta de una 32
vez no la tercera parte, sino la mitad de la velocidad referida, y en consecuencia agota todo el movimiento no en 3, sino en 2 grados separados, la pérdida que sufre aquí la fuerza viva, aparte de lo que agota este obstáculo, es solamente igual a 2, esto es, $\frac{1}{2}$ del total y, por consiguiente,
menor que en el caso anterior. Del mismo modo, si el 161,2
grado al que se opone el obstáculo de una vez es $\frac{1}{8}$ de la velocidad, el cuerpo desperdicia $\frac{7}{8}$ de toda la fuerza, cuya causa no puede encontrarse en el obstáculo, y así indefinidamente.

3. Si el grado de velocidad al que se opone el obstáculo 6
en cada momento sólo es infinitamente pequeño, entonces no se encuentra vestigio alguno de fuerza viva en los obstáculos vencidos, sino que, como entonces cada grado separado sólo actúa en proporción a la simple velocidad y la suma de todos los grados de fuerza es igual a toda la velocidad, toda la acción de las fuerzas del cuerpo, aunque sea viva, es proporcional a la simple velocidad, y toda la magnitud de la fuerza viva desaparece espontáneamente por completo, sin producir el efecto correspondiente, es decir, puesto que propiamente es como una superficie originada por la línea que representa la velocidad, desaparecen poco a poco por sí mismos todos los elementos de esta segunda dimensión y no se manifiesta en la acción ningún

vestigio de otra fuerza que la que es proporcional a la línea generatriz, esto es, a la simple velocidad.

4. Por tanto, no se encuentra vestigio alguno de una fuerza viva en los efectos producidos o en los obstáculos superados, aunque el cuerpo tenga realmente una fuerza viva, más que cuando el momento de la velocidad con que el obstáculo resiste es de una magnitud finita; pero aun entonces no sin esta importante condición, a saber: que esta magnitud de la velocidad no pueda ser tan pequeña como se quiera, pues sabemos por el § 132 que se requiere una determinada cantidad de la misma para que el cuerpo que se mueve con ella pueda tener una fuerza viva y, si el momento de la resistencia del obstáculo es demasiado pequeño con arreglo a la medida de aquélla, tampoco puede rastrearse en el mismo ningún efecto de la fuerza viva. 21

Advertiremos la utilidad más importante de esta observación al final de este capítulo, donde servirá para iluminar y evidenciar la principal experiencia que demuestra las fuerzas vivas. 33 36

§ 139

Los fenómenos de los cuerpos que vencen la gravedad no demuestran las fuerzas vivas, pero tampoco las desmienten

Como el momento de la presión gravitatoria sólo tiene lugar con una velocidad infinitesimal, resulta suficientemente claro a través del tercer punto del § anterior, que un cuerpo que emplea su movimiento en vencer los obstáculos de la gravedad, sólo ejercerá con respecto a ella una acción que es simplemente proporcional a su velocidad, a pesar de que la fuerza misma sea proporcional al cuadrado de esta velocidad, en completa conformidad con lo que la experiencia enseña al respecto, como hemos visto detalladamente y de varias maneras en el capítulo precedente. **162**,2

He aquí, por tanto, una experiencia que no parece permitir otra ley que la de *Descartes,* y que de hecho tampoco muestra por sí ningún indicio de otra estimación que la de éste, pero que no obstante, considerándola con mayor precisión, no contradice la estimación por el cuadrado si se toma en su correcta significación, sino que le deja sitio. 13

Por tanto, la acción que ejerce un cuerpo que se eleva perpendicularmente venciendo los obstáculos de la gravedad, desmiente sin ninguna réplica la estimación de *Leibniz;* pero, si propiamente no demuestra nuestras fuerzas vivas, tampoco las refuta. De todos modos, con sólo que fijemos nuestra atención en ello, encontramos incluso en este caso algunos destellos de nuestra estimación. Porque el cuerpo no podría proseguir libremente el movimiento que le es inherente, ni conservarlo hasta que la resistencia externa se lo quite poco a poco, si no lo produjese por sí mismo el esfuerzo interno o intensión, que es a la vez el fundamento del movimiento libre y también de la fuerza viva. 19 23 25

§ 140

Pruebas fundadas en esto

A partir de lo probado hasta aquí, colegimos simultáneamente la causa del conocido artificio, de cómo se pueden anular potencias casi invencibles mediante obstáculos insignificantes. En efecto, si la potencia que hay que quebrantar estriba en una fuerza viva, no se le opone un obstáculo que haga su resistencia de una vez y tenga que ser quebrantado repentinamente, porque éste a menudo tendría que ser inmensamente grande; sino más bien uno que soporte y consuma la fuerza poco a poco en sus más pequeños grados de velocidad; porque de este modo se desvanecerán mediante obstrucciones insignificantes fuerzas terriblemente grandes, del mismo modo que, p. ej., se ha anulado mediante sacos de lana golpes de ariete que habrían destruido murallas si hubieran alcanzado a las mismas directamente. 32 35

§ 141

Los cuerpos blandos no actúan con toda su fuerza

Además se infiere que los cuerpos que son blandos y se comprimen fácilmente al colisionar, no aplicarán mucho tiempo toda su fuerza al chocar, y que muchas veces producen poquísimos efectos, los cuales serían no obstante mucho mayores con la misma fuerza y masa, pero mayor dureza. Sé bien que aún intervienen otras causas que, además de las que hemos tratado, contribuyen lo suyo a esta pérdida, o más bien hacen que a uno se lo parezca; pero la indicada por nosotros es indiscutiblemente la principal y, desde luego, de una pérdida verídica. **163**,12 17

§ 142

Planteamiento de la pregunta de si la acción de los cuerpos puede ser proporcional a su fuerza viva independientemente de su masa

Ahora vamos a indagar cómo será la acción de un cuerpo 23
que tiene una fuerza viva, pero cuya masa se supone infi-
nitamente pequeña, porque esto permitirá conocer luego
si en igualdad de circunstancias, cuando las fuerzas de dos
cuerpos son ambas vivas, pueden ambos ejecutar acciones
proporcionales a estas fuerzas vivas en igualdad de cir-
cunstancias, siendo la masa de uno tan pequeña como se
quiera, o si más bien tiene que tener una determinada mag-
nitud la masa de cada cuerpo, de modo que si se hace más
pequeña, la acción que ejerce no pueda ser proporcional a
su fuerza viva. 34

Es bien seguro que, si un cuerpo de masa finita tiene **164,1**
una fuerza viva, cada una de sus partes, independiente-
mente de lo pequeñas que sean, tiene que tener también
una fuerza viva, incluso aunque se mueva separada de las
demás; pero ahora la pregunta es si una parte así de pe-
queña o, como suponemos aquí, una partícula infinita-
mente pequeña, puede asimismo ejercer por sí sola en la
naturaleza una acción proporcional a su fuerza viva, si se
la pone en las mismas circunstancias en que un cuerpo
mayor actuaría en esta proporción. Encontraremos que 9
esto no puede ocurrir, y que un cuerpo que tiene una
fuerza viva, si su masa es menor que la que tiene que ser de
acuerdo con las reglas que vamos a demostrar, no ejerce en
la naturaleza una acción proporcional a su fuerza viva,
sino que alcanza esta proporción tanto menos cuanto me-
nor sea la masa, hasta que, si la masa es infinitamente pe-
queña, el cuerpo sólo puede actuar en proporción a su
simple velocidad, aunque tenga una fuerza viva, y otro
cuerpo con la misma velocidad y fuerza viva, pero con
masa convenientemente mayor, desarrollase en las mis-
mas circunstacias una acción que se midiese por el cua-
drado de la velocidad multiplicado por su masa.

§ 143

Respuesta

La cosa depende única y exclusivamente de que todos los 23
obstáculos naturales que tienen que ser quebrantados por
una fuerza determinada no le opongan inmediatamente,
en el punto de contacto, un grado finito de resistencia,

sino primero uno infinitesimal y así sucesivamente hasta
que, después de haber atravesado la fuerza motriz un tre-
cho infinitesimal, la resistencia que se encuentra se hace
finita. Supongo esto en virtud de la conformidad de la 29
verdadera física, sin que vaya a ponerme aquí a enunciar
las diversas clases de razones que lo confirman. Los discí- 31
pulos de *Newton* aprovechan la ocasión para decir que los
cuerpos interactúan incluso cuando aún no se tocan.
Como consecuencia de esto, encontramos una diferencia 33
especial entre el efecto que produce en tales obstáculos de
la naturaleza un corpúsculo de masa infinitamente pe-
queña y el que realiza cuando su masa tiene una determi-
nada magnitud finita, aun cuando no reparemos en la di-
ferencia que de todos modos hay siempre entre las fuerzas
de dos cuerpos cuyas masas son diferentes, y que ya es co-
nocida desde hace mucho, sino que sólo tomamos en con-
sideración lo que se deduce del concepto de nuestras fuer-
zas vivas.

O sea, sabemos ya que, si el cuerpo tiene una fuerza **165,7**
viva, pero la emplea en superar los obstáculos de las pre-
siones gravitatorias, su acción sólo es proporcional a la
simple velocidad, y toda la intensión, que es lo peculiar de
la fuerza viva, desaparece sin efecto. Ahora bien, la con- 12
trapresión de la gravedad actúa con una solicitación infi-
nitamente pequeña hasta en lo más íntimo de su masa,
esto es, directamente sobre las partes infinitesimales del
cuerpo en movimiento , por tanto, esta situación es igual a
la situación del corpúsculo que colisiona con una fuerza
viva, pero con una masa infinitesimal, contra un obstá-
culo natural cualquiera; porque también éste sufre siem-
pre, como hemos indicado, una resistencia que se le opone
inmediatamente en una solicitación infinitesimal, al igual
que la gravedad y, en consecuencia, una masa infinita-
mente pequeña semejante también consumirá en sí misma
del mismo modo su fuerza viva, y en cada obstáculo de la
naturaleza actuará tan sólo proporcionalmente a su velo-
cidad.

Pero se deduce claramente que esto sólo le sucede a un 23
cuerpo infinitamente pequeño, mientras que uno de masa
finita y determinada puede producir un efecto adecuado a
su fuerza viva en el mismo obstáculo, porque, según he-
mos supuesto, el obstáculo presenta solamente una resis-
tencia externa y no actúa como la gravedad en lo más ín-

timo; en consecuencia, el cuerpo finito, allí donde la masa infinitamente pequeña perdía toda su velocidad por medio de la gradual oposición infinitesimal del obstáculo, únicamente pierde algo infinitesimal, o sea, nada; porque su fuerza sólo se emplea contra un grado finito de oposición que aquélla no puede penetrar; en consecuencia, se coloca en las circunstancias en que, como hemos visto en el § 138, núm. 4, tiene que estar el cuerpo que debe emplear su fuerza viva en una acción proporcional a ella. 35

§ 144

Tiene que estar definida la masa con que un cuerpo puede producir un efecto proporcional a su fuerza viva: por debajo de esta magnitud, las masas menores no pueden hacer esto

Ahora bien, puesto que la acción del cuerpo que se mueve 166,2
con una fuerza finita, pero con una masa infinitamente pequeña, no es proporcional en parte alguna de la naturaleza al cuadrado, sino a la simple velocidad, se sigue en virtud del tipo de razonamiento que ya nos tiene que ser familiar por su frecuente uso, que no se puede decir en general y sin restricciones: este cuerpo tiene una fuerza viva, luego su efecto también será proporcional a su fuerza viva en las circunstancias convenientes;* pudiendo por lo demás ser la masa tan pequeña como se quiera, sino que será precisa una cierta cantidad de masa para que se pueda decir esto, y por debajo de esta determinada masa la acción de un cuerpo semejante sobre los obstáculos naturales no podrá ser proporcional a su fuerza viva, sea ésta la que sea; apartándose la acción de la proporción de la fuerza viva tanto más cuanto más esté la cantidad de masa por debajo de esta determinada medida; mientras que, para todas las magnitudes mayores que ella, va de suyo que no se dará en modo alguno esta discrepancia.

§ 145

Se siguen de aquí las siguientes observaciones: 23

Consecuencias

1. Que una pequeña partícula de materia firmemente 24
unida a una gran masa dotada de fuerza viva puede ejercer una acción completamente distinta y extraordinariamente mayor que la que puede realizar sola y separada de aquélla.

2. Que, sin embargo, esta diferencia no es necesaria, 28
sino que descansa en una propiedad contingente de la naturaleza; que, de acuerdo con el principio de continuidad, todos sus obstáculos comienzan desde lejos y con grados infinitamente pequeños, antes de oponer su resistencia finita al cuerpo colisionante, pero que, a pesar de esto, la naturaleza ya no permite ninguna otra acción. 33

3. Que no es verdad indiscriminadamente que las accio- 167,1
nes de dos cuerpos cuyas fuerzas son vivas y cuya velocidad es la misma sean proporcionales, en las mismas circunstancias, a sus masas; porque, si una de ellas es menor que lo que tiene que ser según la medida de la regla citada, su acción se desvía de la medida por el cuadrado de la velocidad y, por tanto, es mucho más pequeña de lo que hubiera tenido que ser de acuerdo con la proporción de las masas solamente.

4. Que hasta el cambio de figura del cuerpo sin modifi- 8
cación de su masa puede causar que su acción sea proporcional en las circunstancias mencionadas a su velocidad, a pesar de que la fuerza esté en razón del cuadrado de ésta, y que, por tanto, un cuerpo que tiene una fuerza viva puede hacer una acción mucho más pequeña tan sólo porque su figura sea cambiada, sin que ni su masa, ni su velocidad, la fuerza viva o la índole del obstáculo sufran en lo
más mínimo una transformación. P. ej., una bola de oro 16
dotada de fuerza viva tiene que hacer una acción mucho mayor que si la misma masa de oro, con la misma velocidad y fuerza, colisionase con el mismo obstáculo, pero habiendo sido laminada antes en una fina y ampliamente di-
latada hoja de oro. Porque, si bien aquí no ha cambiado 20
nada con respecto a la fuerza, no obstante la modificación de la figura hace que sus partes más pequeñas encuentren aquí el obstáculo justamente como si hubiesen chocado con él mutuamente separadas y, por consiguiente, según lo probado hace poco, no actúan mucho tiempo con su fuerza viva y proporcionalmente a ella; sino que ejercen una acción que, o bien se aproxima a la medida de la simple velocidad, o se identifica con ella; mientras que, en cambio, si la masa colisiona contra el obstáculo con la figura de una sólida bola, lo encuentra sobre una superficie tan pequeña, que los momentos infinitamente pequeños

* A saber, en las que otro de mayor masa con la misma velocidad emplea por completo su 166,34
fuerza viva. 35

de las resistencias que encuentra en un espacio tan pequeño no están en situación de consumir el movimiento de esta masa y, por consiguiente, la fuerza viva permanece intacta para ser aplicada única y exclusivamente contra el grado finito de oposición de este obstáculo; como está claro en cambio que con su primera figura cubre una superficie del obstáculo sumamente mayor y, por consiguiente, con la misma masa sufre una resistencia increiblemente mayor por la solicitación infinitesimal que encuentra en cada punto del obstáculo, y por lo tanto tiene que poder ser agotada por éste más fácilmente, con una pérdida completa o por lo menos mayor de la fuerza viva; lo que no sucedía del primer modo.

§ 146

Los líquidos actúan proporcionalmente al cuadrado de la velocidad

Pero la consecuencia más importante que extraigo de la 168,5
ley ahora demostrada, es la que resulta de un modo completamente natural, a saber: que los cuerpos líquidos actúan al chocar proporcionalmente al cuadrado de la velocidad,* aunque, si la acción tuviera que ser aquí proporcional a sus fuerzas vivas, no tendría que hacerlo según la medida del cuadrado, sino del cubo de su velocidad, y cómo esto no se opone a nuestra teoría de las fuerzas vivas, aunque deja en suspenso las fuerzas vivas de Leibniz, como muy bien ha señalado ya Jurin.

Cómo se sigue esto de lo anterior

Porque los líquidos están divididos en partes suma- 16
mente sutiles, que pueden considerarse infinitamente pequeñas, y no componen cuerpos firmemente trabados, sino que todas actúan correlativamente, cada una por sí y separada de las demás; en consecuencia, sufren la pérdida de fuerza viva que siempre padecen los corpúsculos infinitamente pequeños, como hemos indicado, cuando colisionan contra un obstáculo natural, sea el que sea, y sólo actúan por tanto proporcionalmente a su velocidad, aunque su fuerza sea igual al cuadrado de la misma.

Richter se ha tomado mucho trabajo inútil para esqui- 26
var este golpe de Jurin. Su causa estaba perdida, puesto 27
que estaba ligada a la regla de que las fuerzas están en la misma proporción que sus acciones.

* Como ha demostrado experimentalmente Mariotte. 168,34

Sobre la resistencia del medio

Por último, cualquiera comprende también fácilmente 30
a partir de esto por qué los cuerpos que se mueven libremente y con una fuerza viva en un medio líquido, sólo sufren una resistencia proporcional al cuadrado de su velocidad, sin que por esto se produzca perjuicio a nuestras fuerzas vivas, aun cuando contradice la estimación leibniciana, según la cual esta resistencia tendría que ser proporcional al cubo de la velocidad.

§ 147

Confirmación experimental

Hay innumerables experiencias que confirman la regla **169,5**
que hemos tratado hasta aquí. A pesar de que no se han
medido con tanta precisión son, sin embargo, infalibles y 6
poseen la conformidad de un asentimiento general.

Porque, a no ser que admitamos nuestra regla, tenemos 10
que establecer que un cuerpo, por pequeño y mínimo que sea, realizaría al chocar en igualdad de circunstancias una acción tan grande como una gran masa, si se hiciera que sus velocidades fuesen inversamente proporcionales a la raíz cuadrada de sus masas o, según la regla cartesiana, si fuesen inversamente proporcionales a esas mismas masas.
Pero la experiencia contradice esto. Porque todo el mundo 16
está de acuerdo en que un poco de plumón o una mota de polvo no producirían mediante un movimiento libre los efectos de una bala de cañón, aunque se les concediese tantos grados de velocidad como haga falta, y creo que nadie supondrá que pueden romper un sólido trozo de materia o derribar muros, aunque los alcanzasen en movi-
miento libre con una velocidad así de grande. Todo esto 24
ciertamente no puede probarse y confirmarse mediante experimentos dispuestos en la debida forma, pero las experiencias innumerables que se dan en casos parecidos, aun cuando no en una medida tan grande, motivan que nadie dude del resultado sugerido.

Ahora bien, no se puede negar que los corpúsculos 29
mencionados, con la disposición de sus velocidades que se ha indicado, tendrían que tener necesariamente la misma fuerza que los cuerpos grandes, ya sea según la medida de las fuerzas de Descartes, Leibniz o la nuestra; por tanto, no hay ningún otro medio para explicar esto que suponer que los cuerpos pequeños tienen que producir un efecto

mucho menor que lo que tenía que ocurrir de acuerdo con la medida de su fuerza, y que su fuerza viva se desvanece en gran parte sin efecto, tal como hemos demostrado en los §§ 143, 144 y 145.

§ 148

Los movimientos de los cuerpos elásticos revocan la estimación leibniciana, pero no la nuestra

Por último, entre las experiencias que no ofrecen indicios 170,4
de otra estimación que la cartesiana, y parecen así contradecir nuestra estimación de las fuerzas, se encuentran todavía los movimientos de los cuerpos elásticos al chocar, que hemos tratado detalladamente en el capítulo anterior, y que todos ellos han sido verificados en experimentos
completamente infalibles. De hecho, también revocan por 10
completo la estimación por el cuadrado de Leibniz, en virtud de la suposición, inseparablemente unida a aquélla, de que los efectos en cuya producción se consume la fuerza son siempre iguales a ésta. La nuestra tiene la ventaja bien establecida de no estar sometida a esta ley, y por ello escapa a este golpe.

Sabemos ya por lo anterior que la fuerza viva no es algo 17
que pueda ser producido en un cuerpo externamente por una causa extrínseca, p. ej., por un choque; ya esto puede enseñarnos a no considerar las fuerzas vivas de los cuerpos colisionados como efectos de los cuerpos colisionan-
tes, ni tratar de medir éstos a través de aquéllas. Pero la so- 22
lución real de toda la dificultad, de suponerse aquí entrañada alguna todavía, consiste en lo siguiente.

§ 149

Demostración

Todos los conocedores de la mecánica tienen que saber 26
que un cuerpo elástico no actúa de una vez con toda su velocidad sobre otro, sino a través de una acumulación progresiva de grados infinitesimales que introduce en él suce-
sivamente. No tengo necesidad de meterme en las causas 30
específicas de esto; me basta con tener aquí el acuerdo unánime de mi lado, y con que todos reconozcan que sin esta suposición no puede ser explicada ninguna ley del
movimiento. La verdadera causa de ello puede ser ésta: 33
porque la elasticidad, de acuerdo con la naturaleza del resorte, sólo se opone al grado de velocidad que es suficiente para apretarla; por consiguiente, con cada grado infinitamente pequeño de la compresión que sufre, sólo soporta un grado infinitesimal de la velocidad del cuerpo colisionante y, por tanto, no se opone en cada momento a toda la velocidad, sino sólo a un grado infinitamente pequeño, y lo recibe en sí, hasta que la acumulación sucesiva ha transferido de este modo toda la velocidad al cuerpo receptor.

De esto se sigue en virtud de lo precedente que, puesto 171,9
que el cuerpo colisionante actúa aquí sucesivamente con grados infinitamente pequeños de su velocidad, sólo actuará en proporción simple de su velocidad, sin perjuicio de la fuerza viva que pueda contener a pesar de esto.

§ 150

El apreciado principio leibniciano de la conservación in- 15
variable de una misma cantidad de fuerza en el universo, es un asunto que parece requerir aquí un examen preciso.
Salta a la vista que, si las consideraciones precedentes tie- 17
nen algún fundamento, aquél no puede verificarse en el
sentido que, por otra parte, se toma. Pero qué cosas indi- 20
caría nuestra estimación en este particular, y cómo puede satisfacer las reglas de la armonía general y el orden, que el referido principio leibniciano ha ponderado tanto, son cosas que no me permite esbozar convenientemente la índole de nuestro propósito y la fatiga que con razón sospecho en la atención de mi instruido lector en una materia tan áspera e ingrata, y que tal vez haya de temer haber ofendido ya en exceso, a pesar de que poseo algunos bosquejos para exponer al respecto.

§ 151

Nos encontramos ahora en el terreno de la experiencia, 31
pero antes de que podamos tomar posesión de él, tenemos que estar seguros de que han sido eliminadas las reivindicaciones que pretextan tener un derecho mejor fundado
sobre ella, y nos quieren expulsar de este campo. Los es- 172,1
fuerzos que hasta aquí he consagrado a esto, serían incompletos si pasásemos por alto el experimento y la de-

mostración mecánica que tienen por autor al célebre *van
Musschenbroek* y que, por consiguiente, son agudas y
convincentes, sin defender frente a ellas la doctrina de las
fuerzas que hemos asumido. El ha pensado defender con 5
ellas las fuerzas vivas en la versión leibniciana, y por eso
nuestro deber es examinarlas.

Averiguaremos, mediante una ponderación más precisa 8
de las mismas, que no tienen el resultado esperado, sino
que más bien confirman la medida cartesiana de la fuerza.
Y esto ratificará de nuevo la observación a menudo men- 10
cionada: que no se encuentra ninguna huella de una
fuerza que se tenga que estimar por el cuadrado, en tanto
se crea encontrar su origen nada más que en las causas ex-
ternas, y que la genuina fuerza viva no se origina en el
cuerpo desde fuera, sino que es el resultado del esfuerzo
proveniente de la fuerza natural interna, con ocasión de la
solicitación exterior; por lo tanto, que todos los que no
aceptan más que la medida de las causas mecánicas que
actúan exteriormente para determinar la medida de la
fuerza en el cuerpo que las padece, siempre que juzguen
correctamente, no encontrarán otra cosa que la estima-
ción de Descartes.

§ 152

Demostración mecánica de Musschenbroek de las fuerzas vivas

La demostración de *van Musschenbroek* es la siguiente: 22

Tomad un cilindro hueco, al que está unido un resorte. 24
Del cilindro tiene que sobresalir una vara, que está pro-
vista de agujeros y que se introduce por la abertura de una
lámina fija. Si ahora comprimís y apretais con pujanza el 27
resorte de acero contra esta lámina, de modo que la vara
sobresalga por la abertura de ésta, podreis mantenerlo en
esta tensión metiendo una clavija en un agujero de la vara

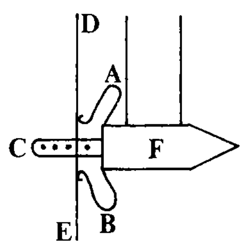

Figura 26

por el lado que ésta sobresale. Por último, suspended el ci- 32
lindro por dos hilos a una máquina cualquiera como un
péndulo; luego sacad la clavija, con lo que el resorte se dis-
tenderá y dará al cilindro una velocidad determinada, que
se averigua por la altura alcanzada. Considerad esta velo- 35
cidad igual a 10. Después haced el cilindro dos veces más 173,1
pesado que lo que era antes. Si entonces lo dejais disten- 3
derse otra vez, encontrareis por la altura que alcanza que
tiene 7'07 grados de velocidad. A partir de aquí, van 6
Musschenbroek argumenta como sigue.

El resorte estaba igualmente apretado en ambas ocasio- 7
nes y, por tanto, ha tenido en los dos casos la misma
fuerza, y como en cada ocasión aplica toda su fuerza, ha
transmitido también las dos veces fuerzas iguales al cilin-
dro; así pues, tiene que ser igual la fuerza que posee un
cuerpo de una masa simple con 10 grados de velocidad
que la que se encuentra en otro que tiene una masa doble y
7'07 grados de velocidad. Pero esto no es posible de otra 13
forma que si se estima la fuerza por el producto de la masa
por el cuadrado de la velocidad; pues todas las demás fun-
ciones posibles de la velocidad no permiten esta igualdad,
sino que sólo según la estimación por el cuadrado son los
cuadrados de los números 10 y 7'07 *quam proxime* indi-
rectamente proporcionales a las masas 1 y 2 y, por consi-
guiente, el producto de los mismos por las masas respecti-
vas, semejante.

Por tanto, concluye, se tiene que estimar la fuerza, no 20
por la medida de las velocidades, sino del cuadrado de
ellas.

§ 153

Estoy obligado a no hacer demasiado extensa la adverten- 23
cia que quiero exponer contra este argumento; por eso no
voy a mencionar nada de la fundada objeción que podría
hacer aquí, de que los momentos de la presión del resorte
que se distiende, incluso según las declaraciones de los
leibnicianos, únicamente son fuerzas muertas y, en conse-
cuencia, tanto ellas como los momentos de fuerza comu-
nicados al cuerpo tienen que estimarse simplemente por
las velocidades, con lo que también la fuerza total, que es
la suma de esos momentos; sino que voy a proceder de un

modo mecánico conocido por todos, que posee la claridad de la geometría, pero a la vez voy a explicarlo con algún detalle, no como si el asunto no fuese lo suficientemente sencillo que no pudiese ser comprendido con mayor brevedad, sino a fin de que toda la confusión que con respecto a la acción del resorte ha dominado hasta ahora en la polémica sobre la estimación de las fuerzas, sea completamente eliminada de una vez por todas.

§ 154

Van Musschenbroek dice: el resorte está igualmente apre- 174,4
tado en ambos casos, por consiguiente, tiene la misma
fuerza en los dos; pero cada vez comunica al cilindro toda
su fuerza; por tanto, cuando se distiende da también las
dos veces al cilindro una fuerza igual. Este es el funda- 8
mento de la demostración, pero también del error, aunque
éste no es propio tanto de van Musschenbroek personalmente, como del conjunto de los defensores de la estimación leibniciana de las fuerzas.

Un resorte igualmente apretado, comunica una fuerza mayor a un cuerpo mayor que a otro menor

Si se habla de toda la fuerza de un resorte, no puede en- 12
tenderse con ella otra cosa que la intensión de su tirantez,
que es igual a la fuerza que recibe de la presión del mismo
en un momento el cuerpo sobre el que actúa. Con respecto 16
a ésta, bien se puede decir que es igual, ya sea grande o pe-
queño el cuerpo sobre el que actúa el resorte. Pero si se 18
mira a la fuerza que transmite a un cuerpo en un tiempo
determinado a través de su presión persistente, es manifiesto que la magnitud de la fuerza endosada al cuerpo de este modo depende de la cantidad de tiempo que se ha acumulado esta presión constante en el cuerpo, y que, cuanto mayor sea este tiempo, tanto mayor es también la fuerza que el resorte igualmente apretado comunica al
cuerpo durante el mismo. Ahora bien, se puede alargar a 25
voluntad el tiempo que necesita el resorte mientras que impulsa a un cuerpo hasta que se ha distendido por completo, agrandando la masa que tiene que ser impulsada, como nadie ignora; por tanto, también se puede disponer a voluntad que el mismo resorte, con la misma tensión, dispense al distenderse tan pronto más como menos fuerza, según aumente o disminuya la masa empujada
por el resorte. De aquí se infiere qué expresión tan absurda 33
es que un resorte comunique a través de su recuperación
toda su fuerza al cuerpo que impulsa. Porque la fuerza 35
que da al cuerpo es un resultado que no depende solamente de la fuerza del resorte, sino también de la índole del cuerpo colisionado, según se encuentre éste más o menos tiempo bajo las presiones de este resorte, esto es, según sea su masa mayor o menor; pero la fuerza del resorte, en sí considerada, no es otra cosa que el momento de su distensión.

§ 155

Solución de la dificultad de Musschenbroek

Ahora es fácil evitar la confusión en la demostración de 175,7
Musschenbroek.

El cilindro dos veces más pesado está expuesto a las pre- 9
siones del resorte mientras se distiende más tiempo que el
otro de masa simple. El resorte impele más velozmente a 11
éste con la misma fuerza de distensión, y completa el espacio de su distensión con él en un tiempo más corto que con
aquél. Pero como el momento de la fuerza que imprime el 13
resorte al cilindro en cada instante es el mismo en ambos casos (pues el momento de su velocidad es indirectamente proporcional a las masas), el cilindro más pesado tiene que recibir más fuerza por el empuje del resorte que el más
ligero. Por tanto, es falsa la estimación según la cual estas 18
fuerzas serían iguales en ambos casos, esto es, no pueden ser estimadas por el cuadrado de la velocidad.

§ 156

Por qué los cuadrados de las velocidades del cilindro son inversamente proporcionales a las masas

Si se quiere saber además la causa de que las velocidades 22
obtenidas por el cilindro del mismo resorte estén precisamente en una proporción tal que sus cuadrados correspondan inversamente a las masas (proporción que es precisamente lo que ha seducido al defensor de Leibniz), también podemos aclarar esto sin dificultad, sin contar para ello con otra ayuda que la medida de Descartes.

Porque se conoce, por los primeros principios de la me- 30
cánica, que en el movimiento uniformemente acelerado *(motu uniformiter accelerato)* los cuadrados de las velocidades alcanzadas son proporcionales a los espacios reco-

rridos; por consiguiente, si los momentos de las velocidades de dos cuerpos, que se conciben ambos *in motu uniformiter accelerato,* son diferentes, los cuadrados de las velocidades que adquieren en tal movimiento estarán en proporción compuesta de los espacios y de estos momentos.
Ahora bien, en el experimento de Musschenbroek, el 176,4
resorte igualmente apretado comunica a cada cilindro su movimiento *motu uniformiter accelerato,* y los espacios que atraviesa con tal movimiento acelerado el resorte al distenderse hasta el punto de su máxima extensión son iguales y, por tanto, los cuadrados de las velocidades recibidas hasta entonces son proporcionales a los momentos de la velocidad que comunica a cada cilindro la presión del resorte, esto es, inversamente proporcionales a las masas de estos cilindros.

§ 157

Ahora procedo a exponer los ensayos y las experiencias 14
que demuestran irrefutablemente la realidad y la existencia en la naturaleza de fuerzas evaluables por el cuadrado de la velocidad, y que recompensarán con una convicción invencible a mis benévolos lectores por toda la penosa atención que les ha acarreado el presente modesto trabajo.

Experiencias que demuestran las fuerzas vivas

Sólo me interesa aquello en que es suficientemente co- 20
nocida la índole de la polémica de las fuerzas vivas. Por 22
ello supongo que mis lectores están suficientemente informados de las experiencias de *Riccioli, 'sGravesande, Poleni* y *van Musschenbroek,* los cuales investigaron las fuerzas de los cuerpos, midiendo las impresiones que éstos ocasionan al chocar con materias blandas. Sólo voy a 27
mencionar brevemente que bolas de la misma magnitud y masa, que cayeron libremente desde alturas diferentes sobre materiales blandos, p. ej., sebo, produjeron huellas en los mismos proporcionales a las alturas de las que habían caído, esto es, proporcionales a los cuadrados de sus velocidades, y que, cuando las mismas eran de igual magnitud, pero diferente masa, aunque las alturas desde las que se les dejaba caer estaban en proporción inversa de éstas, entonces resultaron iguales las huellas producidas en el material blando. Los cartesianos no han sabido oponer 36
nada contra la corrección de estas experiencias, y sólo se ha discutido la conclusión sacada de aquí.

Los leibnicianos han argumentado a partir de esto, con 177,3
toda corrección, de la forma que sigue. El obstáculo que 4
opone la materia blanda a la fuerza del cuerpo sobreviniente no es otra cosa que la cohesión de sus partes, y de ahí que lo que el cuerpo tiene que hacer al penetrar en la misma consista única y exclusivamente en separar sus partes. Pero esta cohesión es uniforme en toda la materia 8
blanda y, por tanto, la cantidad de resistencia y, por ello, también la fuerza que el cuerpo ha de emplear para romperla, es igual a la suma de las partes separadas, esto es, como las magnitudes de las huellas ocasionadas. Pero és- 13
tas, de acuerdo con las experiencias indicadas, son proporcionales a los cuadrados de las velocidades de los cuerpos sobrevinientes y, por consiguiente, las fuerzas de éstos son como los cuadrados de sus velocidades.

§ 158

Objeción de los cartesianos

Los defensores de Descartes no han podido replicar con- 17
tra esto nada efectivo. Pero como antes se habían dado 18
cuenta con una certeza indudable de que las fuerzas vivas serían condenadas por las matemáticas, a las que no obstante los leibnicianos se remitían también, pensaron salir como fuese de esta dificultad, no dudando de que aquella experiencia que parecía estipular algo no permitido por la geometría tenía que ser engañosa. Ya hemos aducido an- 24
tes a este respecto las referencias necesarias; ahora sólo vamos a ver qué clase de pretexto ha servido a los cartesianos para invalidar la experiencia indicada.

Objetaron que los leibnicianos no habían prestado 29
atención de nuevo al tiempo en que se habían hecho aquellas huellas. El tiempo, en la superación de los obstáculos 30
de este material blando, es un nudo tal como lo había sido en la superación de la gravedad. Las huellas impresas no 32
se habrían hecho en el mismo tiempo. En resumen, esta- 33
ban convencidos de que la objeción del tiempo en la superación de los obstáculos de la gravedad había sido válida (como así lo había sido, de hecho), y ahora, pensaban, podría ponerse en marcha otra vez, y emplearse con el mismo éxito contra las fuerzas vivas.

§ 159

Refutación

Sé bien que los leibnicianos han resuelto esta queja rápi- 178,5
damente, dejándolas caer sobre el material blando bajo
otros dos conos de bases diferentes, con lo que los tiempos
en que se hacen sus huellas necesariamente tenían que ser
iguales; habiéndose producido, sin embargo, el mismo re-
sultado que antes; pero voy a rehusar esta ventaja, cor-
tando de raíz la dificultad que plantean los cartesianos.

En la acción de la gravedad, hay que tomar en consideración el tiempo

Basta con considerar la causa por la que la resistencia 12
de la presión gravitatoria que ha de vencer al cuerpo no es
proporcional al espacio, sino al tiempo. Pero la razón es 15
ésta: cuando el cuerpo vence un resorte de la gravedad no
anula por esto su actividad, sino que sólo la contrapesa;
pero éste conserva inalterada su resistencia para obrar
contra él continuamente con el mismo grado que el que le
ha contrarrestado. Si el cuerpo pudiera, por así decir, dis- 20
persar y anular la fuerza de cada resorte de la gravedad
por el hecho de vencerlo, no hay ninguna duda de que,
como cada resorte tiene la misma fuerza, la resistencia
que el cuerpo soporta sería igual a la suma de todos los re-
sortes dispersados, pudiendo ser el tiempo como se
quiera. Ahora bien, cada resorte conserva, a pesar de ser 25
vencido por el cuerpo, su fuerza de presión, y ésta conti-
núa en él tanto tiempo como se encuentra bajo ella y, por
consiguiente, no se puede asignar para el efecto que hace
un sólo resorte una simple e indivisible presión, sino que
produce una serie sucesiva de presiones que es tanto
mayor cuanto más tiempo está sometido el cuerpo a él; p.
ej., en las partes del espacio en que el movimiento del
cuerpo es más lento, también es más larga la duración de
la estancia en cada punto que cuando el movimiento es
más veloz y, por consiguiente, sufre entonces una serie
más larga de presiones iguales de cada resorte. 36

Esto resulta completamente distinto en el caso del material blando

Pero esto resulta completamente diferente en el caso de 179,1
la separación de masas blandas. Cada elemento de la 2
masa blanda tiene una fuerza igual para cohesionar, y por
medio de ella quita al cuerpo que lo separa un grado de
fuerza igual; pero de ese modo es simultáneamente sepa-
rada y, por tanto, no presenta en adelante ninguna resis-
tencia más, pudiendo ser tan grande como se quiera el
tiempo que aquél se detenga. Porque aquí el resorte es a la 8
vez quebrantado por la acción que es igual a su resistencia,

y por ello no puede seguir actuando como el resorte de la
gravedad, que era en sí mismo inquebrantable. Por consi- 11
guiente, la resistencia que opone la masa blanda al cuerpo
penetrante es igual a la suma de los resortes que quebranta
éste, o sea, a la huella que produce, sin que aquí tenga
nada que hacer en lo más mínimo el tiempo.

§ 160

Los leibnicianos tienen motivo para triunfar, con no poca 16
satisfacción, sobre este importante desacierto de los carte-
sianos. Este azar venga, mediante una suerte igual en sus 17
adversarios, la imputación que les ha acarreado sus diver-
sos errores. Los leibnicianos han creído encontrar las 20
fuerzas vivas en casos en los que no estaban, pero ¿qué im-
porta esto? Los cartesianos, en cambio, no las han podido 21
ver en los casos en que realmente estaban, y en donde na-
die las hubiera podido pasar por alto sin una gran ofusca-
ción.

§ 161

La experiencia indicada prueba por tanto la existencia de 26
fuerzas en la naturaleza que se miden por el cuadrado de
la velocidad; pero nuestras consideraciones precedentes
explican en qué condiciones no se dan, y también cuáles
son las únicas condiciones bajo las que pueden tener lu-
gar. Si se aprovecha todo esto de acuerdo con nuestra en- 30
señanza, se obtiene no sólo una certeza suficiente sobre
las fuerzas vivas, sino también un concepto de su natura-
leza que no sólo es más correcto, sino también más com-
pleto que lo que había sido nunca, o también de lo que ha
podido ser. La índole peculiar de la presente experiencia 180,1
proporciona aún algunos rasgos extraordinarios que pue-
den dar motivo a observaciones especiales; pero no me
puedo aventurar completamente en las mismas, pues la
deferencia del benévolo lector, fatigada por tan complica-
das investigaciones, no deseará tal vez otra cosa que el tér-
mino de estas consideraciones.

Pero hay aún una única cosa que no puedo dejar de to- 7
car, porque confirma la ley precedente y le confiere una

gran luz. La experiencia que tenemos delante demuestra 9
unas fuerzas que conllevan la estimación por el cuadrado
de la velocidad; por ello, de acuerdo con la medida del nú-
mero 4 del § 138, en esta experiencia las velocidades de las
resistencias de cada elemento del obstáculo tienen que
efectuarse con grados finitos, ya que si sólo pudieran efec-
tuarse con grados infinitamente pequeños, como las pre-
siones de la gravedad, la superación de la misma daría a
conocer tan poco como en ésta una fuerza que hay que es-
timar por el cuadrado de la velocidad (§ 139). Por tanto, 16
vamos a demostrar que el *Renisus* de cada elemento de la
masa blanda no se efectúa con una velocidad infinitesi-
mal, como la gravedad, sino con un grado finito.

§ 162

El momento del obstáculo del material blando, se efectúa con una velocidad finita

Si se divide la huella cilíndrica que produce el cuerpo esfé- 21
rico en el material blando, en anillos circulares superpues-
tos cuyo grosor sea infinitamente pequeño, cada uno de
ellos muestra el elemento de la masa removida. Cada uno 25
de éstos quita, por tanto, al cuerpo sobreviniente una
parte infinitesimal de su velocidad, ya que en conjunto le
quitan toda su velocidad. Pero, puesto que la cantidad de 28
cada anillo es infinitesimal respecto a la masa de la bola,
se sigue que la velocidad de su oposición tiene que ser de
una magnitud finita, a fin de que pueda quitar al cuerpo
una parte infinitesimal de su movimiento mediante su re-
sistencia. Por tanto, cada elemento del material blando 33
opone su resistencia al cuerpo penetrante con un esfuerzo
que tiene una medida finita de la velocidad. 35

§ 163

Así hemos completado, pues, nuestra empresa, que con 181,2
respecto al asunto al que estaba dirigida ha sido suficien-
temente grande únicamente si la realización hubiera sido
conforme con este designio. Me figuro que, especialmente 4
en lo que concierne a lo principal, puedo tener la preten-
sión de una certeza irrefutable. En relación con esta prefe- 6
rencia que me atribuyo, no puedo terminar la presente ac-
ción sin antes rendir cuentas a mis acreedores en invención

y erudición. Tras los sagaces esfuerzos de los cartesianos 9
no era difícil evitar la confusión de la estimación por el
cuadrado con las matemáticas, y tras las ingeniosas dispo-
siciones de los leibnicianos, era casi imposible eliminarlas
de la naturaleza. El conocimiento de estos dos extremos 13
tuvo que determinar sin dificultad el punto en que coinci-
día la verdad por ambos lados. Para encontrar éste no era 15
necesaria ni mucho menos una gran sagacidad; sólo se
precisaba una pequeña ausencia de partidismo y un su-
cinto equilibrio de sentimientos; de este modo acababan
pronto las fatigas. Si me ha cabido encontrar algunos 19
errores en la causa de Leibniz, a pesar de todo también en
esto soy deudor de este gran hombre, porque no hubiera
podido nada sin el hilo conductor del excelente principio
de continuidad, que tenemos que agradecer a este inmor-
tal descubridor, y que era el único medio para encontrar la
salida de este laberinto. En resumen, aun cuando el asunto 24
resulta inmejorable en beneficio mío, la parte de gloria
que me resta es tan pequeña, que no temo que la ambición
pueda rebajarse tanto como para envidiármela. 28

Fin 29

INDICES DEL TEXTO

INDICE DE NOMBRES